

VŠB – Technická Univerzita Ostrava  
Fakulta strojní  
Katedra hydromechaniky a hydraulických zařízení

**Určení tlakové ztráty na tvarovkách v potrubí s využitím  
numerického modelování**

**Determination of Pressure Losses in Pipe Fittings Using  
Numerical Modeling**

Student:

Bc. Martin Petráš

Vedoucí diplomové práce:

doc. Ing. Drábková Sylva, Ph.D.

Ostrava 2012

## Zadání diplomové práce

Student: **Bc. Martin Petráš**  
Studijní program: N2301 Strojní inženýrství  
Studijní obor: 3909T001 Konstrukční a procesní inženýrství  
Specializace: 16 Hydraulické a pneumatické stroje a zařízení  
Téma: **Určení tlakové ztráty na tvarovkách v potrubí s využitím numerického modelování**  
**Determination of Pressure Losses in Pipe Fittings Using Numerical Modeling**

### Zásady pro vypracování:

Stanovte součinitele vybraných místních odporů v potrubí s využitím numerického modelování proudění (CFD). Výsledky porovnejte s měřením a porovnáním s údaji v literatuře.

1. Popište princip vzniku místní ztráty v potrubí.
2. Měřením určete tlakovou ztrátu tvarovek na měřicí trati v laboratoři mechaniky tekutin, zaměřte se na náhlé rozšíření a náhlé zúžení průřezu.
3. Definujte vnitřní rozměry těchto tvarovek pro tvorbu výpočetního modelu.
4. Pro danou geometrii tvarovek připravte výpočetní síť.
5. Modelujte stacionární úlohu proudění v potrubí s tvarovkami pro různé hodnoty  $Re$  s cílem stanovit součinitel místní ztráty.
6. Výsledky numerického modelování porovnejte s měřením.
7. Proveďte zhodnocení úlohy.

### Seznam doporučené odborné literatury:

- [1] FLUENT: FLUENT 12 - *User's guide*. Fluent Inc. 2007 [online]. Dostupné z <<http://spc.vsb.cz/portal/cz/documentation/manual/index.php>>.
- [2] BIRD, B. R., STEWART, W. E., LIGHTFOOT, E. N. *Přenosové jevy*. Academia 1968.
- [3] ČSN ISO 690 *Bibliografické citace. Obsah, forma a struktura*. Praha: Český normalizační institut, 1996. 32 s.
- [4] BOJKO, M.: *Návody do cvičení „Modelování proudění“ – Fluent*. VŠB-TU Ostrava, 2008. Dostupný z [www](http://www.338.vsb.cz/studium9a.htm): <URL: <http://www.338.vsb.cz/studium9a.htm>>
- [5] Blejchař, T.: *Návody do cvičení „Modelování proudění“ – CFX*. VŠB-TU Ostrava, 2008. Dostupný z [www](http://www.338.vsb.cz/studium9a.htm): <URL: <http://www.338.vsb.cz/studium9a.htm>>
- [6] Mikula, J.: *Potrubí a armatury*. . 2. vyd.. - Praha : SNTL - Nakladatelství technické literatury. 1974 - 583 s.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí diplomové práce: **doc. Ing. Sylva Drábková, Ph.D.**

Datum zadání: 16.12.2011

Datum odevzdání: 21.05.2012



---

prof. RNDr. Milada Kozubková, CSc.  
vedoucí katedry



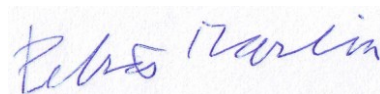
---

prof. Ing. Radim Farana, CSc.  
děkan fakulty

## Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě 21. 5. 2012

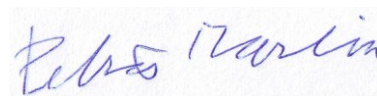


.....  
podpis studenta

## Prohlašuji, že

- jsem byl seznámen s tím, že na moji diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména §35 - užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a §60 - školní dílo.
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava (dále jen VŠB - TUO) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě diplomovou práci užít (§35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že diplomová práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB – TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB - TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB - TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu §12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo - diplomovou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB - TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB -TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- beru na vědomí, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č.111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledky její obhajoby.

V Ostravě 21. 5. 2012



.....  
podpis

Bc. Martin Petráš

Brandlova 125

Kyjov

697 01

## ANOTACE DIPLOMOVÉ PRÁCE

PETRÁŠ, M. *Určení tlakové ztráty na tvarovkách v potrubí s využitím numerického modelování*: Diplomová práce. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra hydromechaniky a hydraulických zařízení, 2012, 60 s. Vedoucí diplomové práce: doc. Ing. Drábková Sylva, Ph.D.

V mé diplomové práci jsem se zabýval laboratorním měřením a numerickým modelováním místních ztrát na tvarovkách potrubí. Úvod diplomové práce je věnován teorii vzniku místních ztrát zejména u náhlého rozšíření a zúžení průřezu potrubí a výpočtu hodnoty ztrátového součinitele. V další části jsou zpracovány výsledky získané z laboratorního měření, které probíhalo v laboratořích katedry hydromechaniky a hydraulických zařízení (338). Veškeré potřebné hodnoty a závislosti jsou uvedeny v tabulkách a grafech. Hodnoty ztrátového součinitele jsem vyhodnocoval pro přítokovou a odtokovou rychlost. Následně jsem na základě laboratorního měření provedl numerické modelování proudění pro náhlé rozšíření a zúžení průřezu. Samotnému modelování předchází tvorba modelu a výpočetní sítě. Na závěr diplomové práce jsem provedl porovnání hodnot ztrátových součinitelů z laboratorního měření a numerického modelování s hodnotami uváděnými v literatuře.

PETRÁŠ, M. *Determination of Pressure Losses in Pipe Fittings Using Numerical Modeling*: Thesis. Ostrava: VSB-Technical university Ostrava, Faculty of Engineering, Department of Hydromechanics and Hydraulic Equipment, 2012, 60 p. Supervisor: doc. Ing. Drábková Sylva, Ph.D.

In my thesis I deal with laboratory measurements and numerical modeling of local losses in a pipe fittings. The beginning of the thesis is devoted to the theory of local losses especially in case of sudden expansion and contraction of the pipe cross-section and definition of the loss coefficient is described. In the next section the results obtained from laboratory measurements are evaluated. Experimental investigation was carried out at the Department of Hydromechanics and Hydraulic Equipment. All obtained data and functions are presented in tables and graphs. Value of local losses I evaluated for inlet and outlet velocity. In another part numerical modeling is performed based on the laboratory measurement. The definition of geometry and generation of the model grid is described at the beginning of the numerical modeling. At the conclusion of the thesis the loss

coefficients obtained by laboratory measurements and numerical modeling are compared with the values reported in the literature.

# OBSAH

Seznam použitých značek .....	- 9 -
1 Úvod.....	- 10 -
2 Hydraulické odpory .....	- 11 -
2.1 Výpočet tlakových ztrát .....	- 12 -
2.1.1 Výpočet třecích ztrát .....	- 12 -
2.1.2 Výpočet místních ztrát .....	- 13 -
3 Ztráty v náhlém rozšíření a zúžení průřezu .....	- 14 -
3.1 Náhlé zúžení průřezu.....	- 15 -
3.2 Náhlé rozšíření průřezu .....	- 16 -
4 Měření místních ztrát na vodní trati.....	- 19 -
4.1 Experimentální měření místních ztrát na vodní trati.....	- 19 -
4.1.1 Výpočet místních ztrát z experimentálního měření .....	- 19 -
4.1.2 Výpočet náhlého rozšíření a zúžení průřezu.....	- 21 -
5 Numerické modelování.....	- 27 -
5.1 Zákon zachování hmotnosti .....	- 28 -
5.2 Zákon zachování hybnosti.....	- 29 -
5.3 Zákon zachování energie.....	- 29 -
6 Numerické simulace – příprava modelu .....	- 30 -
6.1 Tvorba geometrie modelu .....	- 31 -
6.1.1 Tvorba výpočetní sítě.....	- 32 -
7 Simulace laboratorního měření .....	- 34 -
7.1 Nastavení parametrů pro řešení úlohy.....	- 34 -
8 Náhlé rozšíření průřezu (bez drážky).....	- 36 -
8.1 Grafické vyobrazení numerického modelování (rozšíření bez drážky) .....	- 39 -
8.2 Náhlé rozšíření průřezu s drážkou.....	- 41 -
8.3 Grafické vyobrazení numerického modelování (rozšíření s drážkou) .....	- 44 -
9 Náhlé zúžení průřezu (bez drážky) .....	- 45 -
9.1 Grafické vyobrazení numerického modelování (zúžení bez drážky).....	- 47 -
10 Náhlé zúžení průřezu s drážkou.....	- 49 -
10.1 Grafické vyobrazení numerického modelování (zúžení .....	- 51 -
s drážkou).....	- 51 -
11 Zhodnocení součinitelů místních ztrát.....	- 52 -
12 Závěr .....	- 56 -
Seznam použité literatury: .....	- 59 -



## Seznam použitých značek

Značka	Význam	Jednotka
$Q_v$	objemový průtok	$[m^3 \cdot s^{-1}]$
$L$	délka	$[m]$
$Re$	Reynoldsovo číslo	$[-]$
$S$	plocha	$[m^2]$
$T$	teplota	$[K]$
$d$	průměr	$[m]$
$g$	gravitační zrychlení	$[m \cdot s^{-2}]$
$h_z$	ztrátová výška	$[m]$
$l_e$	ekvivalentní délka	$[m]$
$p$	tlak	$[Pa]$
$p_d$	dynamický tlak	$[Pa]$
$p_t$	totální tlak	$[Pa]$
$p_z$	tlaková ztráta	$[Pa]$
$t$	čas	$[s]$
$u$	složka rychlosti	$[m \cdot s^{-1}]$
$v$	složka rychlosti	$[m \cdot s^{-1}]$
$v$	rychlost	$[m \cdot s^{-1}]$
$w$	složka rychlosti	$[m \cdot s^{-1}]$
$\varepsilon$	rychlost disipace	$[m^2 \cdot s^{-3}]$
$\zeta$	ztrátový součinitel	$[-]$
$\lambda$	součinitel tření	$[-]$
$\nu$	kinematická viskozita	$[N \cdot s \cdot m^{-2}]$
$\rho$	hustota kapaliny	$[kg \cdot m^{-3}]$

# 1 Úvod

V diplomové práci jsem se zabýval laboratorním měřením místních ztrát na tvarovkách na vodní trati a porovnával tyto hodnoty s numerickým modelováním. Při měření jsem se zaměřil na náhlé rozšíření a zúžení průřezu potrubí. Měření jsem prováděl v laboratořích katedry hydromechaniky a hydraulických zařízení. Naměřené výsledky jsem na konci porovnal s hodnotami uvedenými v literatuře a s hodnotami numerického modelování. Numerické modelování jsem simuloval pomocí programu Ansys Fluent jako 3D.

Měření místních ztrát je důležité z hlediska výpočtu a návrhu potrubních tratí. Nejedná se pouze o ztráty místní, ale rovněž o ztráty třecí. V případě špatného, nebo žádného výpočtu může dojít ke kritické situaci, kdy dopravovaná kapalina se nemusí vlivem těchto ztrát dostat na požadované místo.

Při numerickém modelování jsem simuloval 3D turbulentní proudění. Protože jsem se nezabýval tepelnou bilancí, simuloval jsem izotermní proudění.

Cílem diplomové práce je získat výsledky, které budou porovnány s výsledky dosaženými laboratorním měřením a s výsledky uvedenými v literatuře. Protože nelze přesně určit vzájemnou polohu obou trubek v redukci náhlého rozšíření, tak jsem si pro větší přesnost tvarovky podélně rozřízl, abych mohl detailně odměřit geometrii pro numerické modelování. Veškeré dosažené výsledky budou uvedeny v příslušných grafech a tabulkách.

V závěru diplomové práce je uvedeno porovnání dosažených výsledků z laboratorního měření a numerického modelování s hodnotami uváděnými v literatuře.

## 2 Hydraulické odpory

Hydraulické odpory vznikají v důsledku proudění skutečné kapaliny. Tyto odpory vznikají v důsledku viskozity kapaliny. Viskozita kapaliny vyvolává síly, které působí proti pohybu kapaliny. Při proudění kapaliny (skutečné) dochází ke kontaktu částic kapaliny, které se o sebe třou, a vzniká odpor. Rovněž dochází ke tření mezi částicemi kapaliny a povrchem potrubí. Toto tření opět kapalinu zpomaluje a vytváří odpor.

Hydraulické místní ztráty vznikají vlivem změny směru proudění kapaliny a dále pak změnou průtočného průřezu. Tyto ztráty mohou vznikat např.:

- místní ztráty na vstupu do potrubí
- místní ztráty změnou průtočného průřezu
- místní ztráty změnou směru proudění
- místní ztráty v armaturách

Rozlišujeme dva druhy odporů, a to třecí a místní. Jak třecí tak i místní odpory mají vliv na výpočet potrubních sítí. Oba dva druhy odporů se projevují jinak a také se jinak počítají.

- ztráty se dělí:

**a) třecí ztráty (délkové):** tyto ztráty vznikají při proudění kapaliny potrubím a jejím třením o stěny potrubí. Tyto ztráty jsou přímo úměrné délce potrubí, avšak nepřímo úměrné průměru potrubí. Dále při výpočtu třecích ztrát musíme počítat s Reynoldsovým číslem a s drsností potrubí, na nichž jsou místní ztráty rovněž závislé

**b) místní ztráty:** tyto ztráty vznikají v místních odporech, jako jsou např. ventil, koleno, náhlé rozšíření a zúžení průřezu atd. Tyto ztráty nejsou úměrné délce potrubí, jako tomu bylo u ztrát třecích.

## 2.1 Výpočet tlakových ztrát

V této části kapitoly se zmíním o výpočtu tlakových ztrát v potrubí.

### 2.1.1 Výpočet třecích ztrát

Jak již bylo zmíněno, třecí ztráty jsou závislé na délce potrubí a na jeho průměru. Další faktor ovlivňující velikost ztráty je tzv. ztrátový součinitel  $\lambda$ . Ztrátový součinitel lze určit mnoha výpočty. Jednotlivé výpočty jsou uvedeny na obr. 2.1.

Autor	Rovnice	Oblast platnosti	Číslo rovnice
<b>Laminární proudění</b>			
Hagen-Poiseuilluv zákon	$\lambda = \frac{64}{Re}$	$Re \leq 2320$	( 3.16)
<b>Proudění v hydraulicky hladkém potrubí</b>			
Prendtl-Kármán	$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log Re \sqrt{\lambda} - 0,8$	$4 \cdot 10^3 < Re < 10^8$	( 3.17)
Altšul	$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1,82 \log \frac{Re}{100} + 2$	$2,5 \cdot 10^3 < Re < 10^{12}$	(3.18 )
Blasius	$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}$	$4 \cdot 10^3 < Re < 10^5$	(3.19 )
Konakov	$\lambda = [1,8 \log Re - 1,5]^2$	$4 \cdot 10^3 < Re < 10^5$	(3.20 )
<b>Proudění v hydraulicky drsném potrubí</b>			
Nikuradse	$\lambda = \left( 2 \log \frac{r_0}{\Delta} + 1,74 \right)^2$	$Re > \frac{191 \cdot D}{\sqrt{\lambda} \cdot \Delta}$	(3.21 )
Šifrinson	$\lambda = 0,11 \cdot \left( \frac{\Delta}{D} \right)^{0,25}$	$Re \frac{\Delta}{D} > 500$	(3.22 )

Obr. 2.1 – Vztahy pro výpočet součinitele  $\lambda$

Po výpočtu ztrátového součinitele lze určit třecí ztrátu v potrubí na dané délce podle Darcy-Weisbachova vztahu.

$$\Delta p_t = \rho \lambda \frac{L}{d} \cdot \frac{v^2}{2} \quad [\text{Pa}] \quad (2.1.1)$$

## 2.1.2 Výpočet místních ztrát

Místní ztráty vznikají v jednotlivých tvarovkách potrubí (koleno, ventil, změna průřezu, atd.). V těchto částech potrubí se mění jak směr rychlosti, tak i její velikost, což má za následek vyvolání víření, případně odtržení proudu kapaliny od stěny potrubí. Tato ztráta je vyjádřena vztahem:

$$\Delta z = \rho \cdot \zeta \cdot \frac{v^2}{2} \quad [\text{Pa}] \quad (2.1.2)$$

Ztrátový součinitel  $\zeta$  je závislý na tvaru potrubí, v němž místní ztrátu měříme. Dále se odvíjí od rychlosti proudění, drsnosti stěn a režimu proudění. Pro větší hodnoty Re čísla ( $10^5$  a větší) je ztrátový součinitel téměř konstantní.

Další možnost jak vyjádřit místní odpory, je pomocí ekvivalentní délky potrubí  $l_e$ . Potrubí o této ekvivalentní délce má stejné třecí ztráty jako místní ztráty. Ekvivalentní délka se určí z rovnosti ztrátových výšek a má tvar:[5]

$$\zeta \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} = \lambda \cdot \frac{l_e}{d} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} \quad [1] \quad (2.1.3)$$

$$l_e = \frac{\zeta}{\lambda} \cdot d \quad [\text{m}] \quad (2.1.4)$$

Jako hodnoty součinitele tření a velikost průměru se dosadí hodnoty pro daný rovný úsek potrubí.

Ve tvarovkách, kde se mění průtočná rychlost, můžeme místní ztráty vyjádřit v závislosti na přítokové rychlosti  $v_1$  nebo odtokové rychlosti  $v_2$ . Těchto vztahů lze využít zejména při změnách průtočných průřezů. Tyto vztahy vychází ze ztrátové výšky a mají tvar:

$$h_z = \zeta \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = \zeta \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \quad [\text{m}] \quad (2.1.5)$$

Po úpravě rovnice 2.1.5 dostaneme vztah pro výpočet místní ztráty:

$$\zeta = \frac{2 \cdot g \cdot h_z}{v^2} \quad [-] \quad (2.1.6)$$

Dále pak lze vypočítat rychlost z rovnice kontinuity, tedy:

$$Q_v = v \cdot S \Rightarrow v = \frac{Q_v}{S} \quad [\text{m/s}] \quad (2.1.7)$$

Z rovnice ztrátové výšky vyplývá vztah pro přepočet ztrátových součinitelů a má tvar:[5]

$$\zeta = \zeta_1 \cdot \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^5 = \zeta_1 \cdot \left( \frac{S_1}{S_2} \right)^5 \quad [1] \quad (2.1.8)$$

Vztah 2.1.6 upravený pomocí rovnice kontinuity  $S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$ . Pro kruhové průřezy pak platí:

$$\zeta = \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^5 \cdot \zeta_1 \quad [1] \quad (2.1.9)$$

$$\zeta_1 = \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^5 \cdot \zeta \quad [1] \quad (2.1.10)$$

Ztrátový součinitel  $\zeta$  je závislý na několika parametrech, jako je drsnost stěn potrubí, konstrukce dané tvarovky, na typu proudění a dalších faktorech. Reynoldsovo číslo ovlivňuje místní ztráty zejména při menších hodnotách. Ztrátový součinitel se určuje hlavně experimentálním měřením v laboratořích.

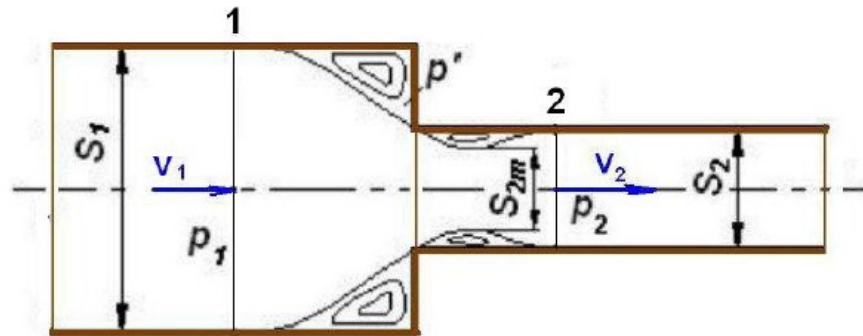
### 3 Ztráty v náhlém rozšíření a zúžení průřezu

Jelikož je moje diplomová práce zaměřena na měření a numerické modelování místních ztrát v náhlém rozšíření a zúžení průřezu, zabýval jsem se těmito prvky, které se můžou vyskytovat v částech potrubních sítí.

Změna průřezu může být buď pozvolná (difuzor), nebo náhlá. V mém případě se bude jednat o náhlou změnu, jak již bylo uvedeno.

### 3.1 Náhlé zúžení průřezu

Jako náhlé zúžení průřezu si představíme část potrubí, která se okamžitě v jednom místě rozšíří z průměru  $D_1$  na průměr  $D_2$ . Náhlé zúžení průřezu je na obr. 3.1.



Obr. 3.1- Náhlé zúžení průřezu [6]

Ke ztrátám v náhlém zúžení potrubí dochází z důvodů:

- vlákna proudu se nemohou ihned po změně průřezu přizpůsobit tvaru stěny vlivem setrvačnosti kapaliny
- vzniknou místa, ve kterých není stálý proud kapaliny, a vznikají víry
- víry se z části přenášejí i do proudu, a proto vzniká prudší turbulentní pohyb
- v určité části od zúžení dojde opět k uklidnění proudu, tuto vzdálenost lze ovlivnit rychlostí pohybu kapaliny

Na obr. 3.2 jde vidět, kde v zúžení vznikají víry a jak dochází k tlakové ztrátě. Oblast vzniku vírů je ovlivněna velikostí rychlosti kapaliny při vstupu do zúžené části potrubí. Při vstupu kapaliny do zúžené části dojde ke zmenšení průtoku kapaliny  $Q$  a k poklesu tlaku z  $p_1$  na tlak  $p_2$ . Matematické řešení ztráty zúžením vychází ze změny hybnosti kapaliny [5].

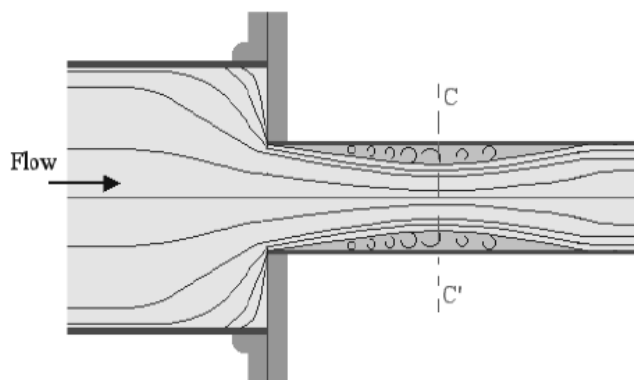
Při zúžení průřezu dochází ke vzniku ztrátové výšky. Z rovnice ztrátové výšky pak lze odvodit vztah pro hodnotu místní ztráty  $\zeta$ .

$$h_z = \frac{p_1 - p_2}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2 \cdot g} = \left( \frac{S_1}{S_2} - 1 \right) \frac{S_1}{S_2} \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = \left( 1 - \frac{S_2}{S_1} \right) \frac{v_2^2}{2 \cdot g} = \zeta \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = \zeta_1 \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \Rightarrow \quad (3.1)$$

$$\zeta_1 = \frac{2 \cdot \Delta p \cdot g}{v^2} \quad [1] \quad (3.2)$$

Ztrátový součinitel pro náhlé zúžení průřezu pak lze určit vztahem, který je vztažený na přítokovou nebo výtokovou rychlost a má tvar:

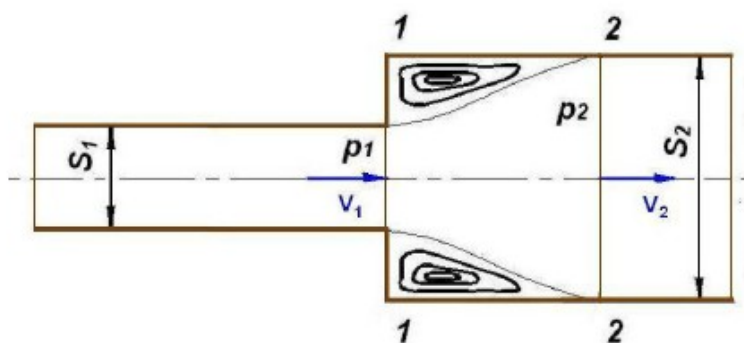
$$\zeta = \left( \frac{S_1}{S_2} - 1 \right) \frac{S_1}{S_2}, \quad \zeta_v = \left( 1 - \frac{S_2}{S_1} \right) \quad [1] \quad (3.3)$$



Obr. 3.2 – Náhlé zúžení průřezu [10]

### 3.2 Náhlé rozšíření průřezu

Náhlé rozšíření průřezu si lze představit jako část potrubí, kde je přechod z jednoho průměru na druhý okamžitý. Náhlé rozšíření průřezu je vidět na obr. 3.3.



Obr. 3.3 – Náhlé rozšíření průřezu [5]

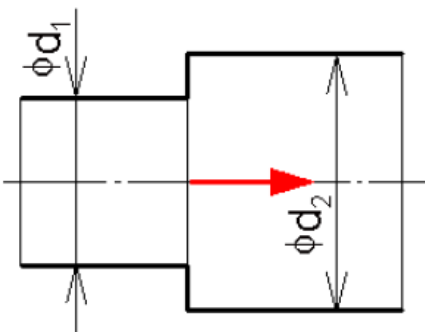
V případě náhlého rozšíření průřezu dojde k odtržení proudu kapaliny od stěny tělesa potrubí. V těchto odtržených místech dochází ke vzniku vírů. Po určité délce se proud opět rozšíří po celé ploše průřezu. V rozšířené části potrubí dojde k poklesu rychlosti, a z toho



důvodu dojde ke zvýšení tlaku. Proto se u náhlého rozšíření nedá mluvit o tlakové ztrátě jako u ostatních armatur, kde k tlakovým ztrátám skutečně dochází.

Fakt, že při náhlém rozšíření průřezu dochází ke zvýšení tlaku, jsem si ověřil i při praktickém měření v laboratořích, kde při měření na U-trubici byla tlaková difference opačná, než u ostatních zapojených prvků.

Hodnoty uváděné v literatuře pro náhlé rozšíření průřezu jsou uvedeny v tabulce na obr. 3.4.

				
$S_2/S_1$	1,5	2	2,5	3
$\xi$	0,25	1	2,2	4

Obr. 3.4 – Hodnoty ztrátového součinitele uváděné v literatuře

Pomocí Bernoulliho rovnice pro skutečnou kapalinu lze určit tlakový rozdíl. Tento vztah má tvar:

$$p_2 - p_1 = \frac{\rho}{2} \cdot \left( v_1^2 - v_2^2 \right) - \rho \cdot g \cdot h_z \quad (3.2.1)$$

Při použití rovnice kontinuity (spojitosti)  $v_1 \cdot S_1 = v_2 \cdot S_2$  dostaneme vzorec pro ztrátovou výšku, tento vztah má tvar:

$$h_z = \left[ \left( \frac{S_2}{S_1} \right)^2 - 1 - 2 \cdot \frac{v_1^2 - v_2^2}{v_2^2} \right] \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g} \quad [\text{m}] \quad (3.2.2)$$

Další úpravou dostaneme vztah:

$$h_z = \left( \frac{S_2}{S_1} - 1 \right)^2 \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g} = \left( 1 - \frac{S_1}{S_2} \right)^2 \cdot \frac{v_1^2}{2 \cdot g} = \frac{\left( 1 - \frac{S_1}{S_2} \right)^2}{2 \cdot g} \quad [\text{m}] \quad (3.2.3)$$

Tento vzorec se nazývá Bordův nebo také Carnotův. Ztrátový součinitel  $\zeta$  je určen těmito vztahy [5].

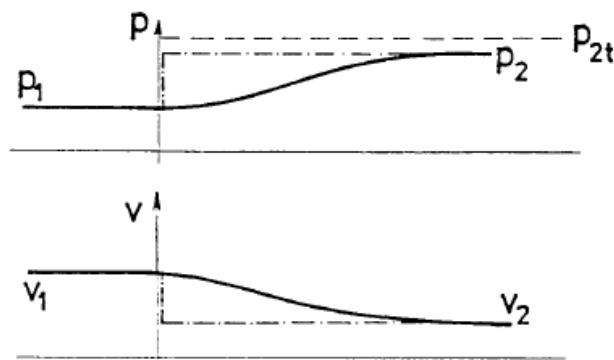
$$\zeta = \left( 1 - \frac{S_1}{S_2} \right)^2 = \left[ 1 - \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^4 \right]^2 \quad [1] \quad (3.2.4)$$

$$\zeta = \left( \frac{S_2}{S_1} - 1 \right)^2 = \left[ \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^4 - 1 \right]^2 \quad [1] \quad (3.2.5)$$

Místní ztráty v náhlém rozšíření a zúžení průřezu lze eliminovat několika způsoby, jakými jsou např.:

- kónické rozšíření průřezu (difuzor) – ztráty jsou menší vlivem pozvolného přechodu
- plynulé rozšíření
- stupňovité rozšíření

V grafu na obr. 3.6 je vidět průběh tlaků a rychlostí při náhlém rozšíření průřezu. Čárkovaně je vyznačená oblast teoretická. Při proudění ideální kapaliny by se teoreticky měla okamžitě zmenšit střední rychlost na hodnotu  $v_2$  podle rovnice kontinuity a tlak by měl naopak stoupnout na hodnotu  $p_{2t}$  [11].



Obr. 3.6 - Skutečné a teoretické rozložení tlaků a rychlostí [11]

## 4 Měření místních ztrát na vodní trati

V další části diplomové práce jsem se věnoval výpočtu místních ztrát. Jako měřené prvky jsem používal již výše uvedené náhlé zúžení a rozšíření průřezu potrubí. Odběrná místa, pro určení tlakové difference, byla vzdálena 20 mm.

### 4.1 Experimentální měření místních ztrát na vodní trati

Měření místních ztrát na vodní trati jsem prováděl v laboratořích katedry hydromechaniky a hydraulických zařízení. Měření probíhalo na již sestavené vodní trati, která se skládala z několika tvarovek a armatur. Fotografie vodní trati je uvedena níže.

Jelikož je u čerpadla, které je součástí obvodu, možnost měnit otáčky, měření jsem prováděl pro všechny 3 stupně otáček. Jmenovité otáčky jsou  $n=2000, 1650$  a  $1200 \text{ min}^{-1}$ .

#### 4.1.1 Výpočet místních ztrát z experimentálního měření

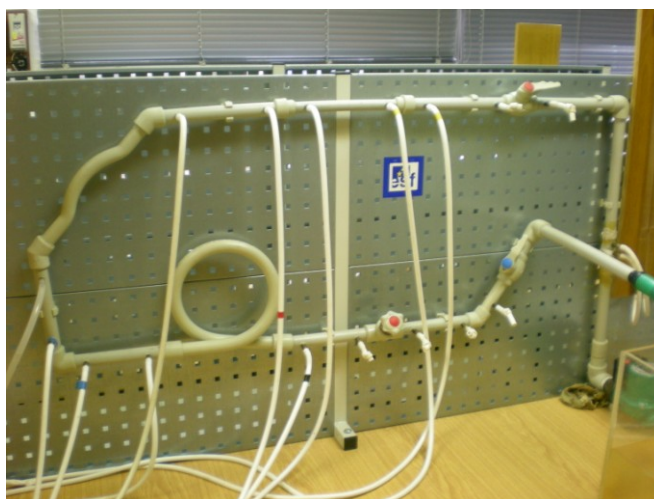
Měření probíhalo pomocí zjišťování tlakové difference při odběru tlaku před a za měřeným prvkem pomocí U-trubice (obr. 4.1). Rozdíl tlaků je možno pozorovat při různých hodnotách průtoku. Průtok lze regulovat buď změnou otáček čerpadla ( $2000, 1650, 1200 \text{ min}^{-1}$ ), nebo pomocí kulového kohoutu. Jelikož v obvodu není zapojený průtokoměr, určuje se průtok pomocí clony, kde se rovněž určuje tlaková difference. Clona je na obr. 4.4.

U náhlého rozšíření však nelze mluvit doslova o tlakové ztrátě, jak tomu je u náhlého zúžení. Při rozšíření průřezu klesá střední rychlost, a proto musí stoupnout statický tlak [7]. Proto byla tlaková difference naměřena obráceně než u ostatních prvků, tedy záporná.

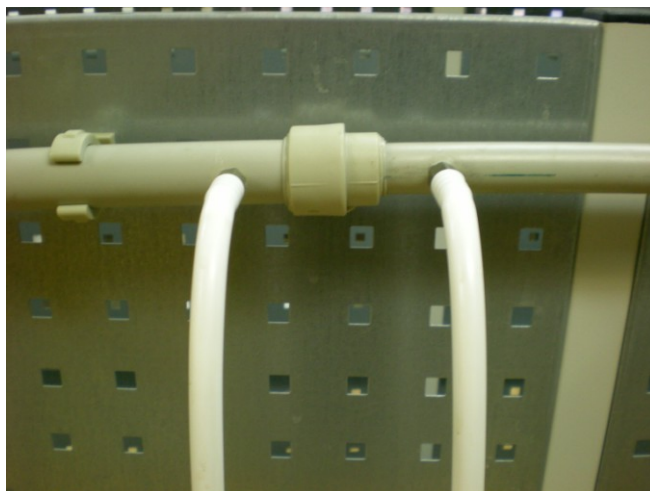
Na následujících obrázcích jsou fotografie z laboratoří, kde jsem měřil místní ztráty. Na obr. 4.2 je fotografie vodní trati, na které probíhalo měření místní ztráty. Na dalším obrázku 4.3 je detail měřeného prvku, tedy náhlého rozšíření. Náhlé zúžení má stejné rozměry, akorát je v obvodě zapojeno obráceně. Odběrná místa jsou vzdálena 20 mm od měřeného prvku.



Obr. 4.1 – U-trubice pro měření tlakové difference



Obr. 4.2- Zkušební měřicí obvod



Obr. 4.3 – Měřené prvky s odběrnými místy



Obr. 4.4 – Clona pro měření průtoku

## 4.1.2 Výpočet náhlého rozšíření a zúžení průřezu

### Náhlé rozšíření:

Naměřené difference pro všechny 3 hodnoty otáček čerpadla jsou uvedeny v tabulkách na obr. 4.5, 4.6 a 4.7. Dále jsou v tabulce uvedeny hodnoty pro tlakovou ztrátu, objemový průtok, Reynoldsovo číslo  $Re$ , ztrátový součinitel  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$  a rychlost  $v$ .

$n=2000 \text{ min}^{-1}$								
$\Delta h_c$	$\Delta h_p$	$\Delta p_z$	$Q_v$	$Re$	$v_1$	$v_2$	$\zeta_{1vstup}$	$\zeta_{2vystup}$
[mm]	[mm]	[Pa]	[ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ]	[1]	[m/s]	[m/s]	[1]	[1]
0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	11	108	8,66E-05	5857	0,5316	0,3402	0,1733	0,4231
36	23	225	1,25E-04	8473	0,7690	0,4922	0,1727	0,4215
50	29	284	1,45E-04	9840	0,8931	0,5716	0,1230	0,3002
78	44	431	1,78E-04	12048	1,0935	0,6998	0,1316	0,3212
95	54	529	1,95E-04	13179	1,1962	0,7656	0,1500	0,3662
110	61	597	2,08E-04	14089	1,2788	0,8184	0,1415	0,3454
145	79	773	2,36E-04	15978	1,4502	0,9281	0,1466	0,3580
164	92	901	2,50E-04	16899	1,5338	0,9816	0,1769	0,4318
193	104	1018	2,69E-04	18199	1,6518	1,0572	0,1574	0,3843

Obr. 4.5 – Naměřené hodnoty pro  $n=2000 \text{ min}^{-1}$

n=1650 min <sup>-1</sup>								
$\Delta h_c$	$\Delta h_p$	$\Delta p_z$	$Q_v$	Re	$v_1$	$v_2$	$\zeta_{1vstup}$	$\zeta_{2vvystup}$
[mm]	[mm]	[Pa]	[m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> ]	[1]	[m/s]	[m/s]	[1]	[1]
0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	12	117	8,90E-05	6021	0,5465	0,3497	0,1980	0,4833
36	23	225	1,25E-04	8473	0,7690	0,4922	0,1727	0,4215
54	34	333	1,51E-04	10191	0,9249	0,592	0,1894	0,4623
63	40	392	1,62E-04	10931	0,9922	0,635	0,2068	0,5049
86	48	470	1,86E-04	12595	1,1432	0,7317	0,1302	0,3178
97	55	538	1,97E-04	13305	1,2076	0,7729	0,1496	0,3651
104	59	578	2,03E-04	13734	1,2465	0,7978	0,1546	0,3774
113	64	627	2,11E-04	14263	1,2945	0,8285	0,1589	0,3879

Obr. 4.6 – Naměřené hodnoty pro n=1650 min<sup>-1</sup>

n=1200 min <sup>-1</sup>								
$\Delta h_c$	$\Delta h_p$	$\Delta p_z$	$Q_v$	Re	$v_1$	$v_2$	$\zeta_{1vstup}$	$\zeta_{2vvystup}$
[mm]	[mm]	[Pa]	[m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> ]	[1]	[m/s]	[m/s]	[1]	[1]
0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	16	157	1,06E-04	7177	0,6514	0,4169	0,1495	0,3649
39	23	225	1,30E-04	8787	0,7976	0,5104	0,1190	0,2906
41	24	235	1,33E-04	8990	0,8159	0,5222	0,1169	0,2854
48	29	284	1,43E-04	9658	0,8766	0,5610	0,1500	0,3662
52	30	294	1,48E-04	10017	0,9092	0,5819	0,1217	0,2971
54	32	313	1,51E-04	10191	0,9249	0,5920	0,1435	0,3503

Obr. 4.7 – Naměřené hodnoty pro n=1200 min<sup>-1</sup>

Hodnotu průtoku jsem vypočítal z rovnice cejchovní křivky clony. Kde jsem za hodnotu  $x$  dosadil hodnotu  $\Delta h_c$ . Což je tlaková diference na cloně. Rovnice má tvar:

$$y = 1,0882 \cdot x^{0,453} = 1,0882 \cdot 16^{0,453} = 1,311677 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1} \quad (4.1.1)$$

Rychlost proudění kapaliny jsem vypočítal z rovnice kontinuity, podle vztahu:

$$v = \frac{Q_v}{S} = \frac{4 \cdot Q_v}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot \frac{0,311677}{3600}}{\pi \cdot 0,0144^2} = 1,532 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (4.1.2)$$

Hodnotu Reynoldsova čísla jsem vypočítal ze vztahu:

$$\text{Re} = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{1,532 \cdot 0,0144}{1,3 \cdot 10^{-6}} = 1857 \quad (4.1.3)$$

Dále jsem určil tlakovou ztrátu z rovnice:

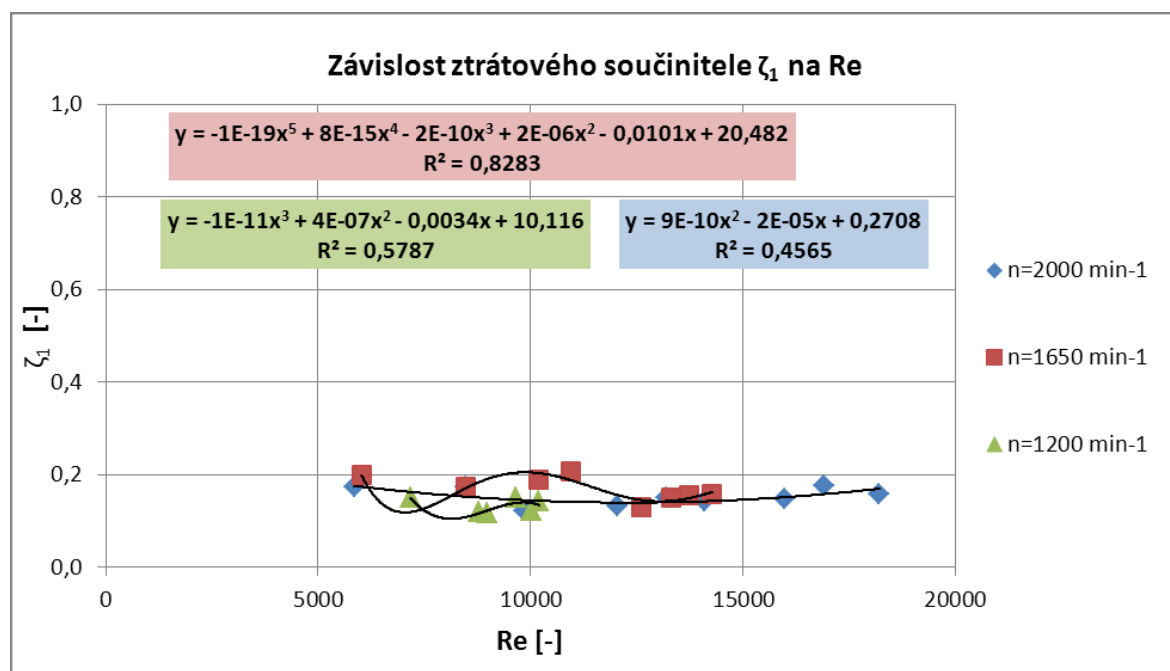
$$\Delta p_z = \rho \cdot g \cdot \Delta p_1 = 198 \cdot 9,81 \cdot 0,011 = 20,769 \text{ Pa} \quad (4.1.4)$$

Při laboratorním měření jsem měřil pouze tlak statický. Pro určení ztrátového součinitele je nutné počítat i s tlakem dynamickým. Z toho důvodu jsem hodnoty ztrátových součinitelů počítal z upravené Bernoulliho rovnice, jak pro přítokovou tak i pro výtokovou rychlost, s tím rozdílem, že jsem pouze zaměnil hodnotu jmenovatele. Vztah má tvar:

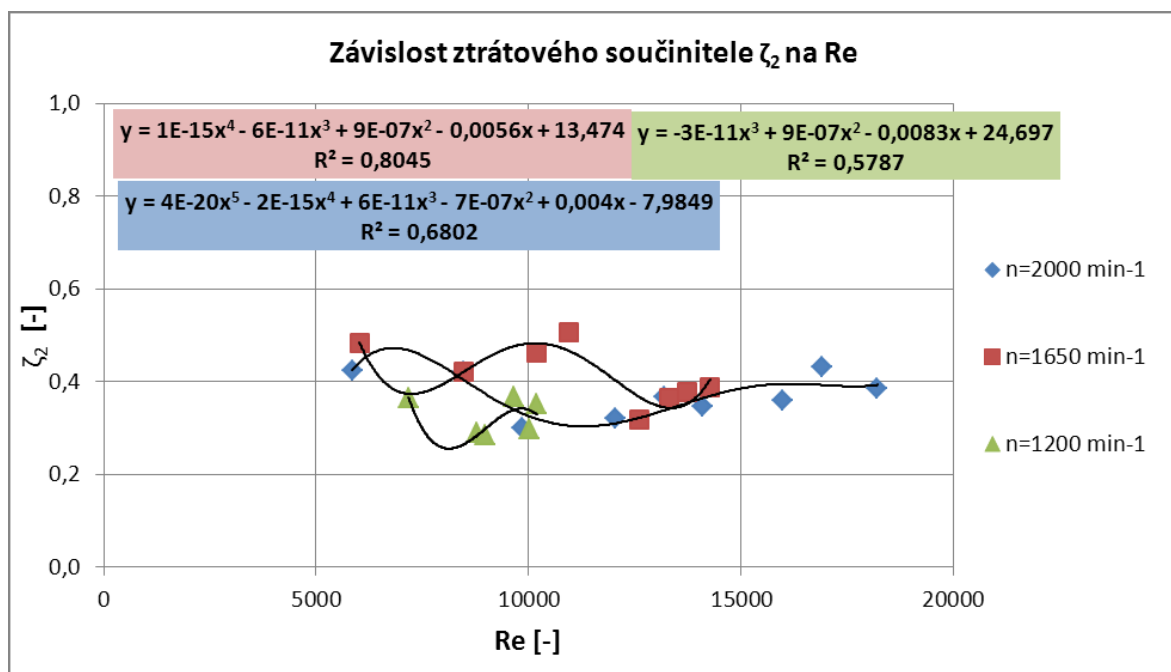
$$\zeta = \frac{\frac{\Delta p}{\rho} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2}}{\frac{v_{1,2}^2}{2}} \quad [1] \quad (4.1.5)$$

Tyto výpočty jsem opakoval pro všechny hodnoty tlakové difference na cloně, jak pro rozšíření, tak i pro zúžení průřezu potrubí.

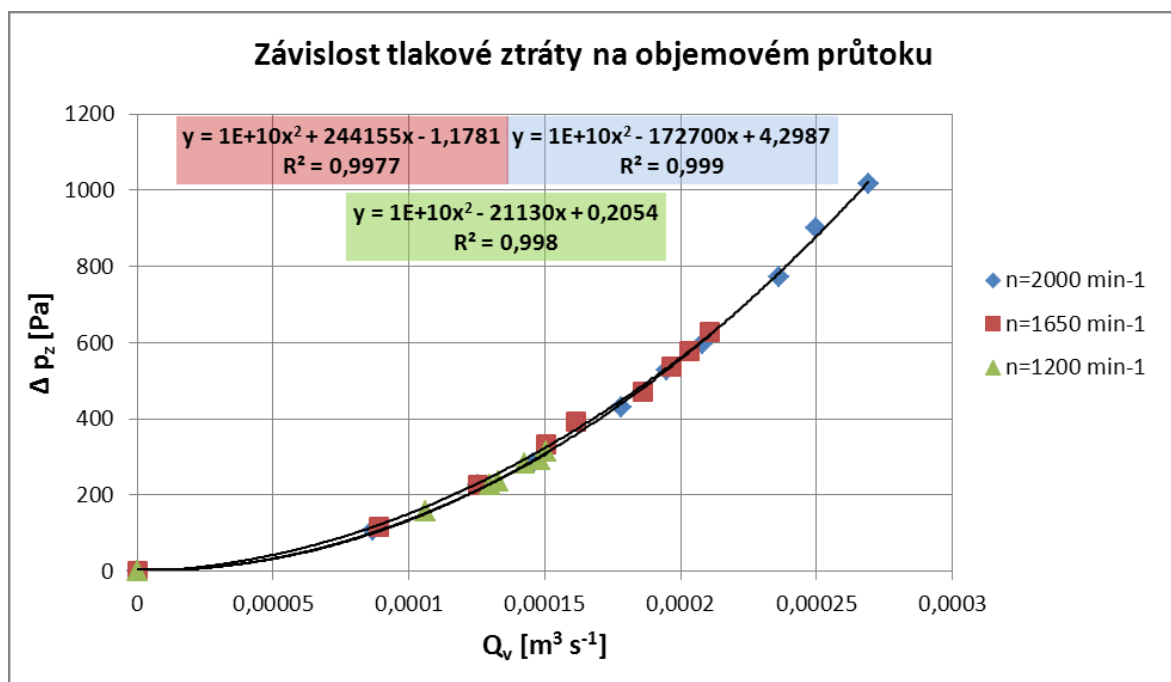
Výsledky dosažené v laboratorním měření jsou znázorněny v grafech. V grafech je uvedena závislost ztrátových součinitelů  $\zeta_1$  a  $\zeta_2$  na Reynoldsově čísle obr. 4.8 a 4.9, na obr. 4.10 je závislost tlakové ztráty na objemovém průtoku.



Obr. 4.8 – Graf závislosti ztrátového součinitele  $\zeta_1$  na  $Re$



Obr. 4.9 – Graf závislosti ztrátového součinitele  $\zeta_2$  na  $Re$



Obr. 4.10 – Graf závislosti tlakové ztráty na objemovém průtoku

Na závislosti ztrátového součinitele na Reynoldsově čísle lze vidět, že na vstupu je jeho hodnota menší, než je na výstupu. Lze také říci, že jsou hodnoty téměř konstantní, jako tomu je u větších  $Re$  čísel.

Na dalším grafu je vidět, že tlaková ztráta roste s objemovým průtokem téměř parabolicky.



### Zúžení průřezu:

Stejně jako pro náhlé rozšíření, tak i pro náhlé zúžení uvedu v tabulkách vypočtené a naměřené hodnoty se závislostmi uvedené v grafech. Na obr. 4.10, 4.11, 4.12 jsou tabulky pro jednotlivé stupně otáček. V grafech na obr. 4.13, 4.14 a 4.15 jsou uvedené závislosti tak jako u náhlého rozšíření.

n=2000 min <sup>-1</sup>								
$\Delta h_c$	$\Delta h_p$	$\Delta p_z$	$Q_v$	Re	$v_1$	$v_2$	$\zeta_{1vstup}$	$\zeta_{2vystup}$
[mm]	[mm]	[Pa]	[m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> ]	[1]	[m/s]	[m/s]	[1]	[1]
0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	18	176,23	9,52E-05	5151	0,374	0,5844	1,0831	0,4436
35	37	362,24	1,23E-04	6637	0,482	0,7530	1,6840	0,6898
54	53	518,89	1,49E-04	8078	0,587	0,9165	1,5811	0,6476
70	67	655,96	1,68E-04	9086	0,660	1,0308	1,5789	0,6467
91	85	832,18	1,89E-04	10232	0,743	1,1609	1,5797	0,6470
120	113	1106,31	2,14E-04	11598	0,842	1,3159	1,6845	0,6900
142	134	1311,91	2,31E-04	12517	0,909	1,4202	1,7411	0,7132
159	149	1458,77	2,43E-04	13175	0,957	1,4948	1,7528	0,7179
180	169	1654,57	2,58E-04	13937	1,012	1,5812	1,7964	0,7358
195	183	1791,64	2,67E-04	14452	1,049	1,6396	1,8193	0,7452

Obr. 4.10 – Naměřené hodnoty pro n=2000 min<sup>-1</sup>

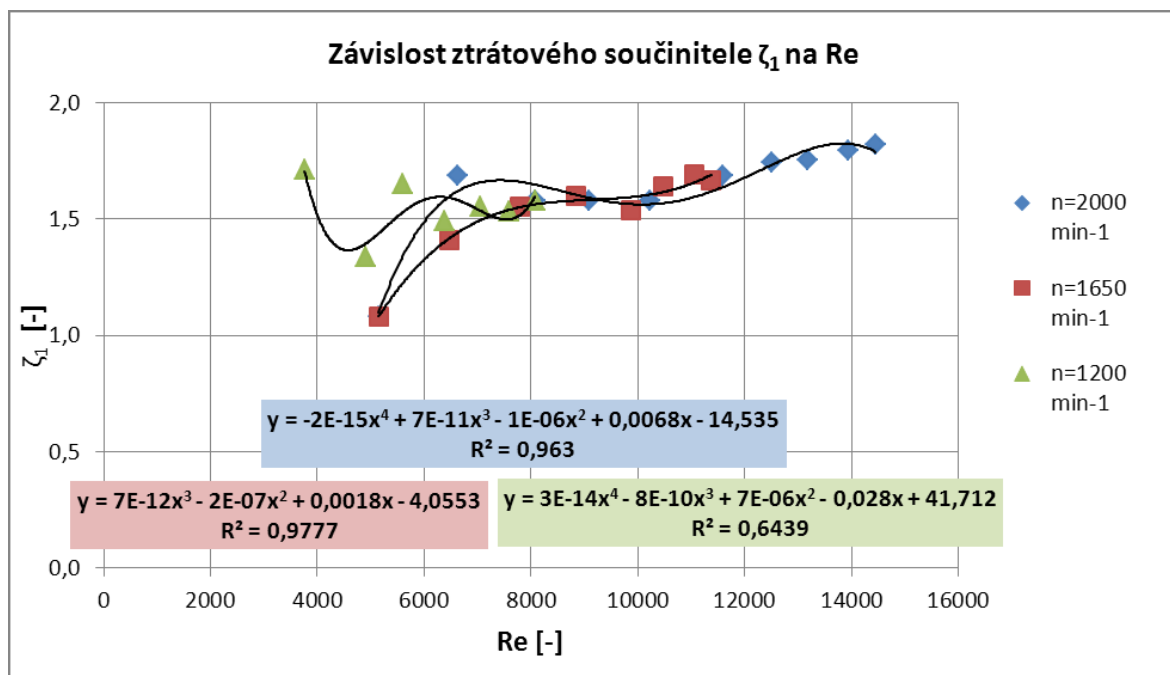
n=1650 min <sup>-1</sup>								
$\Delta h_c$	$\Delta h_p$	$\Delta p_z$	$Q_v$	Re	$v_1$	$v_2$	$\zeta_{1vstup}$	$\zeta_{2vystup}$
[mm]	[mm]	[Pa]	[m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> ]	[1]	[m/s]	[m/s]	[1]	[1]
0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	18	176,23	9,52E-05	5151	0,374	0,5844	1,0831	0,4436
33	32	313,29	1,19E-04	6463	0,469	0,7332	1,4097	0,5774
50	49	479,73	1,44E-04	7801	0,566	0,8851	1,5548	0,6368
66	64	626,58	1,63E-04	8847	0,642	1,0037	1,6016	0,6560
84	78	763,65	1,82E-04	9868	0,717	1,1196	1,5394	0,6305
96	91	890,92	1,94E-04	10483	0,761	1,1894	1,6399	0,6717
108	103	1008,41	2,04E-04	11058	0,803	1,2546	1,6933	0,6936
115	108	1057,36	2,10E-04	11377	0,826	1,2908	1,6636	0,6814

Obr. 4.11 – Naměřené hodnoty pro n=1650 min<sup>-1</sup>

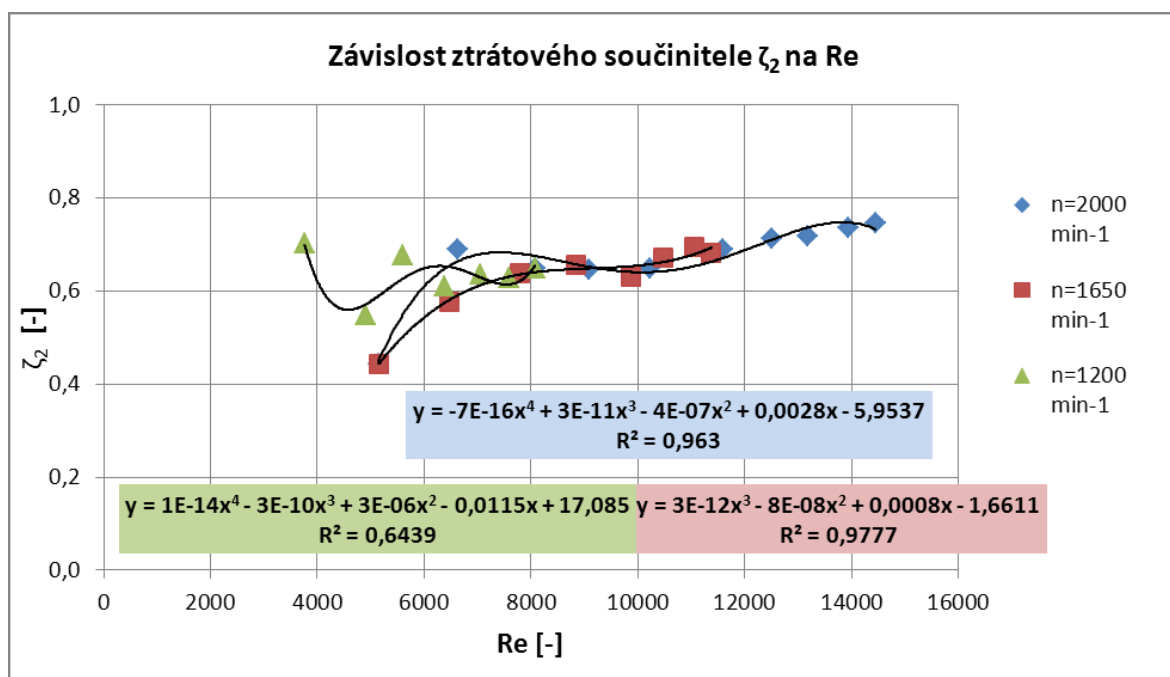
n=1200 min <sup>-1</sup>								
$\Delta h_c$	$\Delta h_p$	$\Delta p_z$	$Q_v$	Re	$v_1$	$v_2$	$\zeta_{1vstup}$	$\zeta_{2vystup}$
[mm]	[mm]	[Pa]	[m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> ]	[1]	[m/s]	[m/s]	[1]	[1]
0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	12	117,48	6,95E-05	3763	0,273	0,4269	1,7123	0,7013
18	18	176,23	9,07E-05	4911	0,357	0,5572	1,3360	0,5472
24	26	254,55	1,03E-04	5595	0,406	0,6347	1,6499	0,6758
32	32	313,29	1,18E-04	6373	0,463	0,7231	1,4903	0,6104
40	40	391,62	1,30E-04	7051	0,512	0,8000	1,5524	0,6359
47	46	450,36	1,40E-04	7586	0,551	0,8606	1,5335	0,6281
54	53	518,89	1,49E-04	8078	0,587	0,9165	1,5811	0,6476

Obr. 4.12 – Naměřené hodnoty pro n=1200 min<sup>-1</sup>

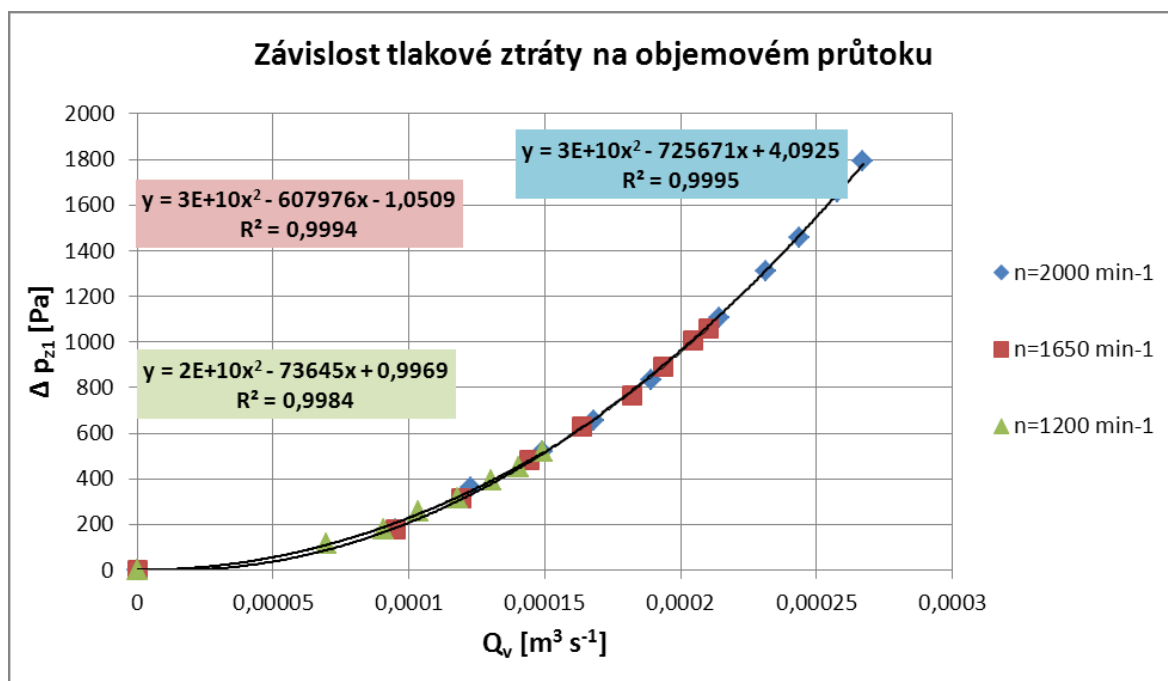
V grafech na obr. 4.13 a 4.14 jsou závislosti  $\zeta_1$  a  $\zeta_2$  na  $Re$ , na dalším grafu je závislost tlakové ztráty na objemovém průtoku.



Obr. 4.13 - Graf závislosti ztrátového součinitele  $\zeta_1$  na  $Re$



Obr. 4.14 - Graf závislosti ztrátového součinitele  $\zeta_2$  na  $Re$



Obr. 4.15 – Graf závislosti tlakové ztráty na objemovém průtoku

Pro hodnoty ztrátového součinitele lze opět říct, že jsou téměř konstantní s rostoucím Reynoldsovým číslem. Tlaková ztráta opět roste parabolicky s průtokem, tak jako u náhlého rozšíření.

Při měření docházelo k určitým nepřesnostem, jako např. kmitání celého obvodu, a z toho důvodu docházelo k nepřesnému odečítání rozdílů hladin na U-trubici. Protože nelze obvod dokonale odvdoušnit, i obsah vzduchu v hadicích připojených na U-trubice způsoboval nepřesnosti.

## 5 Numerické modelování

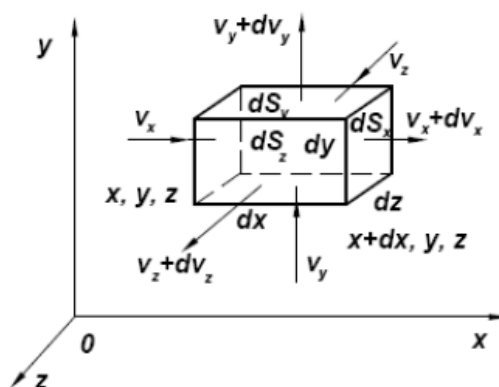
Numerické modelování je spojeno s modelováním dané formy pohybu pomocí matematických prostředků. V mém případě se jednalo o turbulentní modelování, které je založeno na řešení pohybových rovnic. Tyto rovnice jsou tvořeny zákony zachování hmotnosti, hybnosti a energie. Pomocí numerického modelování lze řešit např. tyto problémy:

- laminární a turbulentní proudění v jednoduchých i složitých 3D geometriích
- stlačitelné a nestlačitelné proudění tekutin

- přenos tepla, přirozená a smíšená konvekce, radiace
- přenos chemických příměsí včetně chemických reakcí
- hoření a chemické reakce [8]

## 5.1 Zákon zachování hmotnosti

Při každém proudění musí být dodržen jeden ze zákonů, a to zákon zachování hmoty nebo hmotnosti. Při proudění musí být hmotnost tekutiny konstantní, tedy celková změna objemu tekutiny musí být 0. Pro lepší představu si kontrolní objem můžeme představit jako malý hranolek o objemu  $dv = dx \, dy \, dz$  obr. 5.1.



Obr. 5.1 – Kontrolní objem tekutin [14]

Při proudění můžeme uvažovat dvě změny hmotnosti, jejichž výsledná hodnota musí být nulová. První změnu představuje tekutina, která se stlačí nebo rozpíná a druhou změnu představuje hmotnost kapaliny, která přitekla nebo vytekla z kontrolního objemu. Tyto dvě změny musí být stejně velké, pouze s opačným znaménkem, aby výsledná hodnota byla rovna 0 a byl dodržen zákon o změně hmotnosti.[14]

Jestliže tento zákon aplikujeme na kontrolní objem, získáme rovnici kontinuity. Tato rovnice má tvar:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (5.1.1)$$

Výrazy  $u, v, w$  znázorňují složky rychlosti a  $x, y, z$  představují trojrozměrný prostor.

## 5.2 Zákon zachování hybnosti

Zákon zachování hybnosti reprezentují Navier – Stokesovy rovnice 5.1.3. Tyto rovnice budou 3, protože hybnost je vektorová veličina a vzniknou aplikací na konvekční difuzní rovnici 5.1.2.

$$\frac{\partial \rho C}{\partial t} + \frac{\partial \rho v \cdot C}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k \cdot \frac{\partial C}{\partial x} \right) \quad (5.1.2)$$

$C$  je libovolná veličina (hybnost, energie, hmotnost),  $k$  je koeficient molekulární difuze pro danou veličinu a  $x$  je prostorová souřadnice. [14]

Zákon zachování hybnosti je pak dán rovnicemi:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial (u^2)}{\partial x} + \frac{\partial (uv)}{\partial y} + \frac{\partial (uw)}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + f_x \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial (vu)}{\partial x} + \frac{\partial (v^2)}{\partial y} + \frac{\partial (vw)}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + f_y \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial (wu)}{\partial x} + \frac{\partial (wv)}{\partial y} + \frac{\partial (w^2)}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + f_z \end{aligned} \quad (5.1.3)$$

V rovnicích jsou  $u$ ,  $v$ ,  $w$  složky rychlosti,  $t$  je čas,  $p$  je tlak,  $\rho$  je hustota,  $\nu$  je kinematická viskozita a  $f_{x,y,z}$  jsou vnější objemové síly. [14]

## 5.3 Zákon zachování energie

Zákon zachování energie získáme při aplikaci teploty  $T$  na rovnici 5.1.2. Tato rovnice má potom tvar:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial (uT)}{\partial x} + \frac{\partial (vT)}{\partial y} + \frac{\partial (wT)}{\partial z} &= \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \\ &+ 2 \cdot \alpha \left( \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right) + \\ &+ \alpha \left( \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right) \end{aligned} \quad (5.1.4)$$

V rovnici 5.1.4 je  $T$  termodynamická teplota,  $t$  je čas,  $u$ ,  $v$ ,  $w$  jsou složky rychlosti,  $\alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p}$  je teplotní vodivost,  $\rho$  je hustota,  $c_p$  je hodnota měrné tepelné kapacity za stálého tlaku. [14]

## 6 Numerické simulace – příprava modelu

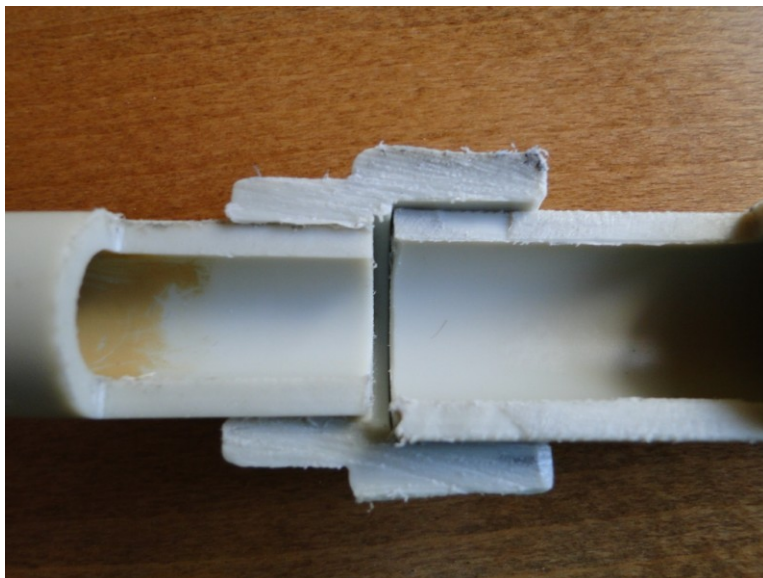
V této části diplomové práce se věnuji tvorbě výpočtového modelu. V další části pak postupně provádím simulaci pro zúžení a rozšíření.

Jelikož je nemožné určit naprosto přesně rozměry a vzájemnou polohu trubek v laboratoři, kde jsem měření prováděl, připravil jsem 2 varianty náhlé změny průřezu. Připravil jsem si tvarovku, stejných rozměrů jako v laboratoři, a tu jsem podélně rozřízl, abych mohl detailně proměřit rozměry. V prvním případě jsem uvažoval, že jsou trubky bezprostředně napojeny na sebe, kde jde tedy o okamžitý přechod z jednoho průměru na druhý. V druhém případě jsem uvažoval, že mezi oběma trubkami je malinká mezera (trubky nejsou v kontaktu), která tvoří jakoby drážku mezi oběma průřezy. Řez měřenými prvky je uveden na obr. 6.1 a 6.2.

Model pro výpočet jsem vytvářel v programu ANSYS Workbench 13.0.0. Tento program je vybaven potřebnými podprogramy (geometrie, síťování, výpočet), které slouží k vytvoření modelu.



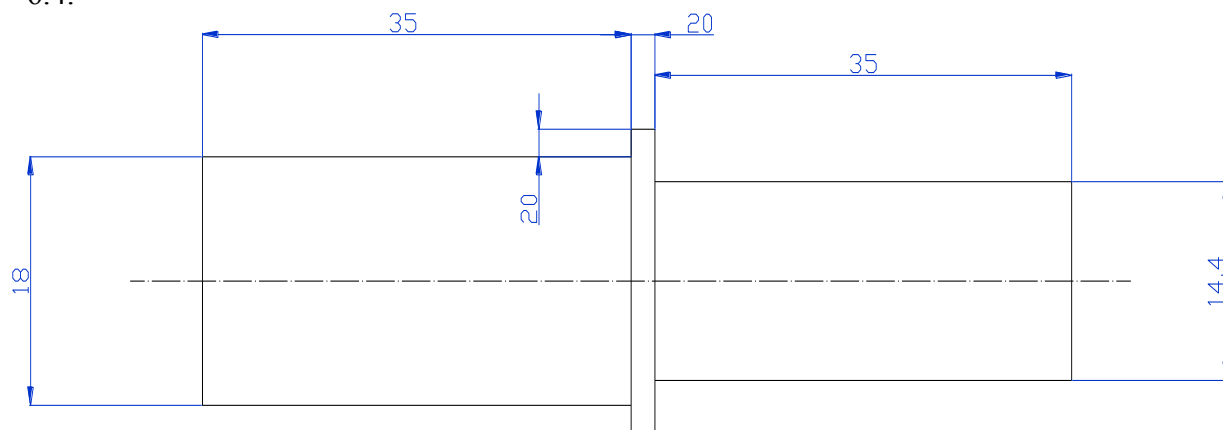
Obr. 6.1 – Řez měřeným prvkem-náhlý přechod



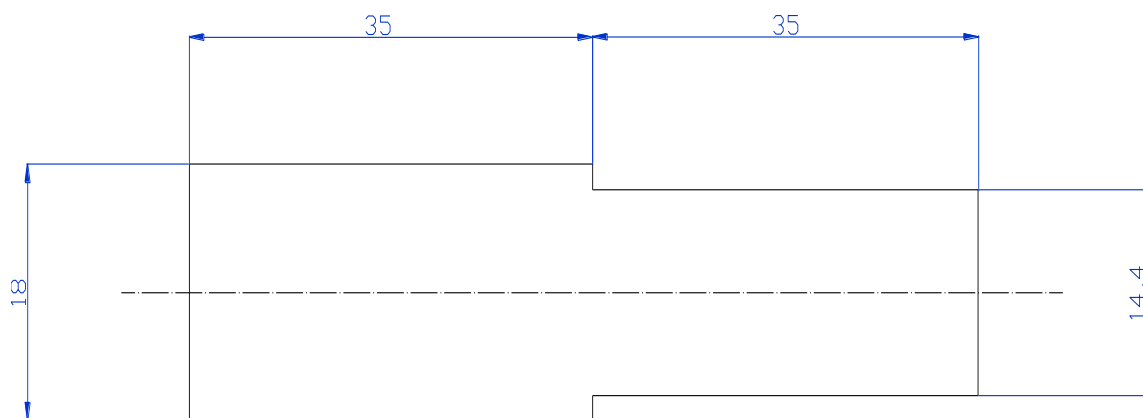
Obr. 6.2 – Řez měřeným prvkem-drážka mezi průměry

## 6.1 Tvorba geometrie modelu

Geometrie byla vytvořena v programu ANSYS Designmodeler. Jak již bylo zmíněno, počítal jsem se dvěma geometriemi, tyto geometrie s rozměry jsou zobrazeny na obr. 6.3 a 6.4.

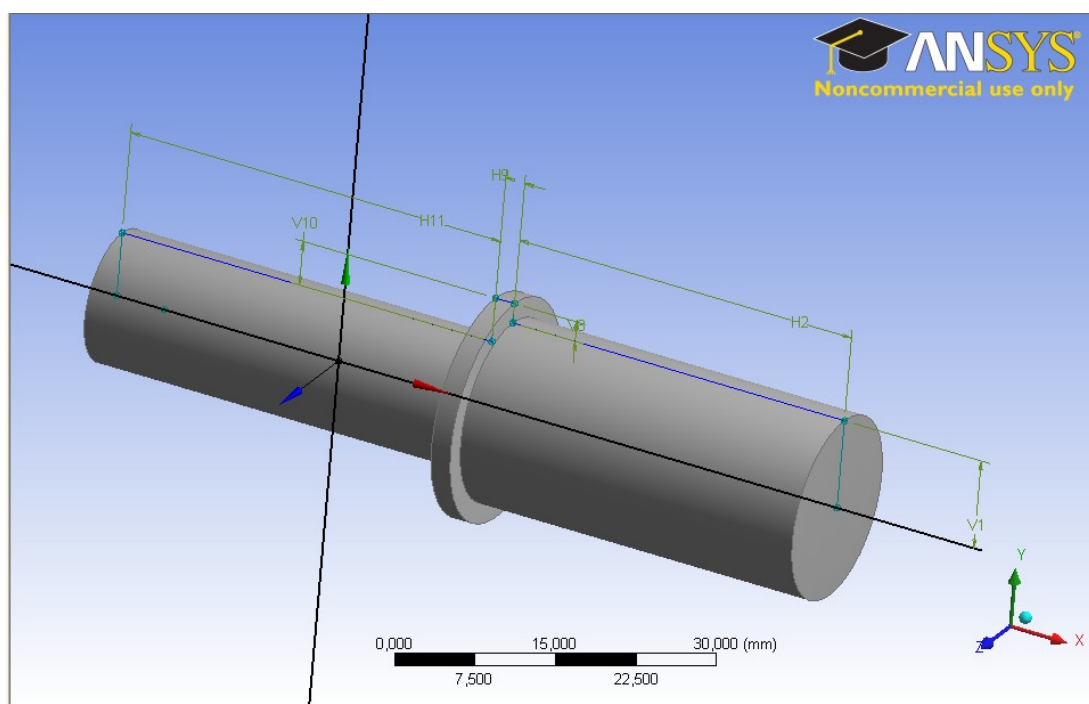


Obr. 6.3 – Geometrie s rozměry modelu s drážkou



Obr. 6.4 – Geometrie s rozměry s náhlým přechodem

V Designmodeleru jsem nejprve nakreslil profil dané oblasti proudění, a poté pomocí příkazu Revolve (rotace) jsem vytvořil plný objem znázorňující oblast proudění. Stěny jsem v tomto případě neuvažoval, protože nebudu počítat s přestupem tepla apod. Výsledný model je na obr. 6.5



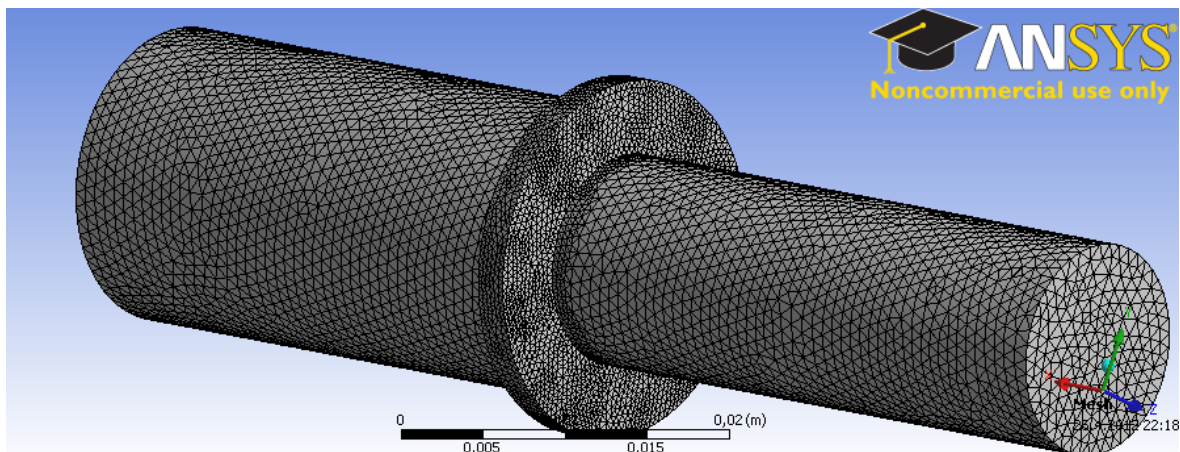
Obr. 6.5 – 3D model oblasti proudění s drážkou

### 6.1.1 Tvorba výpočetní sítě

Síťování oblasti jsem prováděl v programu ANSYS Meshing. Tento program umožňuje vytvářet síť několika způsoby. Při tvorbě sítě si můžeme vybrat např. velikost jednotlivých buněk, tvar buňky, která bude tvořit síť a další způsoby tvorby sítě.

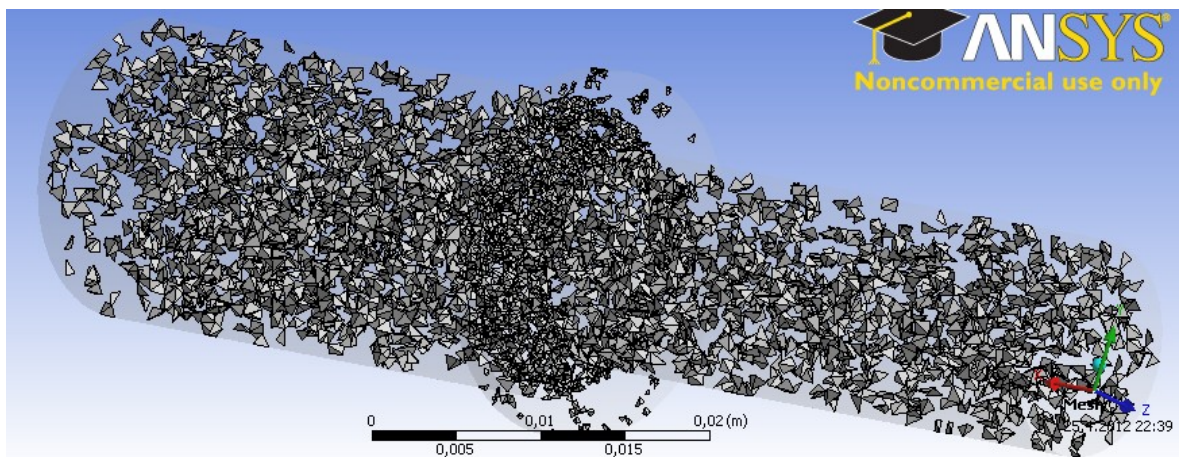


V mém případě jsem využil funkci „Mesh Metod Automatic“. Jde o metodu, která síť vytvoří automaticky, a to tak, že se přizpůsobí tvaru geometrie. Jako první se musí definovat velikost buňky. Velikost buňky jsem zvolil 0,0009 m. Tvar jednotlivé buňky byl zvolen jako čtyřstěn. Dále jsem pak provedl zhuštění sítě, a to u přechodové části z jednoho průměru na druhý. Vytvořená síť je na obr. 6.6.



Obr. 6.6 – Výpočetní síť

Výpočetní síť se skládá z elementů různých velikostí, z nichž největší má hodnotu 0,0009 m. Protože všechny elementy nejsou stejně velké, skládá se síť z elementů různých velikostí. Pro ukázkou jsou na obr. 6.7 vykresleny elementy o velikosti 0,6.



Obr. 6.7 – Buňky ve výpočetní síti o velikosti 0,6

Poslední krok, který jsem prováděl při tvorbě sítě, je nastavení ploch, které budou určeny jako vstup, výstup a stěna. Toto nastavení je nezbytné pro další nastavení okrajových podmínek v programu Fluent.

## 7 Simulace laboratorního měření

V této části diplomové práce jsem prováděl simulaci laboratorního měření, tedy náhlé rozšíření a zúžení průřezu s okamžitým přechodem z jednoho průměru na druhý a dále pak změny průřezu s již zmiňovanou drážkou mezi trubkami. Simulaci jsem prováděl pro všechny hodnoty otáček čerpadla ( $n=2000, 1650, 1200 \text{ min}^{-1}$ ).

### 7.1 Nastavení parametrů pro řešení úlohy

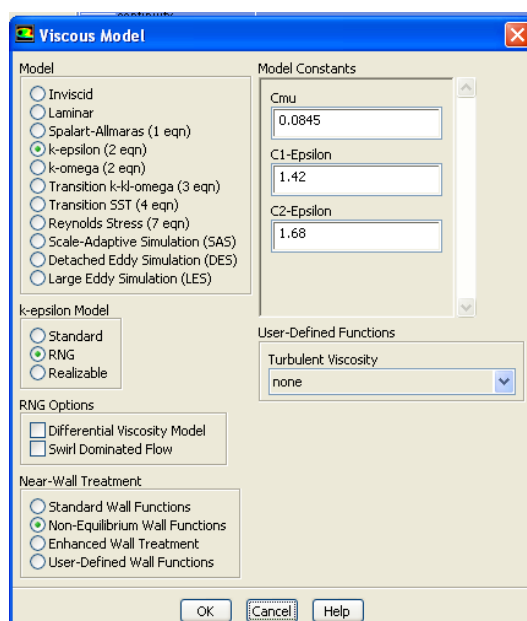
Než jsem provedl samotné spuštění simulace, bylo třeba provést několik nezbytných nastavení.

Mezi tyto nastavení patří:

#### a) určení výpočetního matematického modelu

Po propočítání všech modelů jsem dospěl k závěru, že nejvhodnější model pro danou simulaci je *k-epsilon RNG*. Toto nastavení se provádí v kartě *Models – Viscous Model*.

Nabídka s výběrem matematických početních modelů je na obr. 7.1



Obr. 7.1 – Nastavení matematického modelu

Při numerickém výpočtu jsem používal výpočetní model *k-ε RNG*. Jedná se o turbulentní model. Je to model, který je odvozen z klasického *k-ε* modelu. Při RNG modelu se využívá matematického postupu, který se nazývá metoda renormalizačních grup (RNG).

Tato metoda, která je aplikovaná na turbulenci, spočívá v postupné eliminaci malých vírů a zároveň dochází k přetransformování pohybových rovnic.[12]

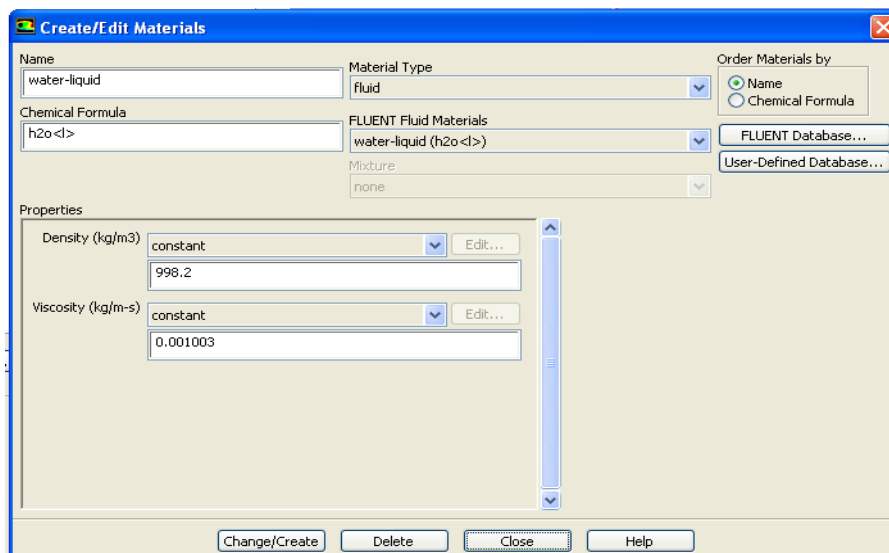
Metoda RNG je přibližně o jednu desetinu pomalejší než klasický dvourovnicový model. Ovšem v oblastech, kde dochází k zvíření, zpomalení kapaliny a kde je nižší  $Re$ , je přesnější.[12]

Z Navier – Stokesových rovnic lze pomocí několika úprav získat rovnici, která se nazývá rychlosti disipace  $\varepsilon$  [ $\text{m}^2\text{s}^{-3}$ ]. Tato rovnice má tvar:

$$\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial_j} \left( \frac{\partial}{\partial_j} \varepsilon \right) = \frac{\partial}{\partial_j} \left( \frac{\nu}{\sigma_\varepsilon} \cdot \frac{\partial}{\partial_j} \right) + \nu \left( \frac{\partial}{\partial_i} + \frac{\partial}{\partial_j} \right) \frac{\partial}{\partial_j} - \frac{\varepsilon}{k} \quad (7.1.1)$$

## b) nastavení proudící kapaliny

Jako proudící kapalina byla nastavena pochopitelně voda. Pro nastavení jsem využil databáze Fluentu, kde je k výběru několik kapalin s již přednastavenými parametry. Volba kapaliny se děje v kartě *Materials – Fluid*. Zde si lze z databáze nahrát potřebnou kapalinu, v mém případě již zmíněnou vodu. Voda má parametry nastavené při teplotě 20°C. Okno pro volbu kapaliny s jejími parametry je na obr. 7.2.



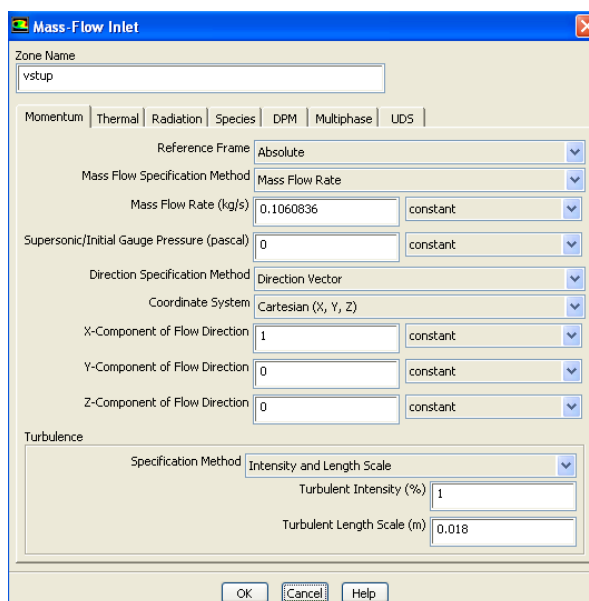
Obr. 7.2 – Nastavení proudící kapaliny

## c) nastavení okrajových podmínek

Nastavení okrajových podmínek je nezbytně nutné pro řešení dané úlohy. Jako okrajové podmínky lze nastavit několik možností. V kartě okrajových podmínkách se nachází 4 základní části proudící oblasti. První z nich je *interior –fluid* s okrajovou

podmínkou interior, tedy oblast proudění. Další částí je stěna s okrajovou podmínkou *wall*. Další částí je vstup s okrajovou podmínkou *mass flow inlet* (vstup hmotnostního průtoku). Poslední částí je výstup s okrajovou podmínkou *outflow* (výtok). Nastavení okrajových podmínek se provádí v kartě *Boundary Conditions*.

Pro jednotlivé výpočty se pak mění pouze hmotnostní průtok v okrajové podmínce na vstupu. Okno pro nastavení podmínek na vstupu je na obr. 7.3.



Obr. 7.3 – Nastavení okrajové podmínky na vstupu

## 8 Náhlé rozšíření průřezu (bez drážky)

Jak jsem již zmiňoval, při náhlém rozšíření průřezu je příčinou vzniku místních ztrát odtržení proudu kapaliny od stěn potrubí, kde vznikají víry. Toto zavíření lze vidět při grafickém zobrazení simulace proudění. V níže uvedených tabulkách a grafech jsou zobrazeny hodnoty a závislosti pro náhlé rozšíření průřezu bez drážky, tedy okamžitý přechod z jednoho průměru na druhý pomocí modelování v ANSYS Fluent.

Jak již bylo zmíněno, u náhlého rozšíření se nedá hovořit o tlakové ztrátě, protože při zvětšení průřezu potrubí dojde k poklesu rychlosti a ke zvýšení statického tlaku. V tabulkách na obr. 8.1, 8.2 a 8.3 jsou uvedeny hodnoty získané numerickým modelováním.

Pro určení ztrátového součinitele se postupuje podle vztahu:

$$\zeta = \frac{p_{tvstup} - p_{tvystup}}{p_{dvstup,vystup}} \quad [1] \quad (8.1.1)$$

kde  $p_{tvstup}$  a  $p_{tvystup}$  jsou hodnoty totálního tlaku na vstupu a na výstupu,  $p_{dvstup}$  je hodnota dynamického tlaku na vstupu pro určení  $\zeta_1$  a  $p_{dvystup}$  pro určení  $\zeta_2$

n=2000 min <sup>-1</sup>						
Q <sub>m</sub>	p <sub>tvstup</sub>	p <sub>tvystup</sub>	p <sub>dvstup</sub>	p <sub>dvystup</sub>	ζ <sub>1vstup</sub>	ζ <sub>2vystup</sub>
[kg.s <sup>-1</sup> ]	[Pa]	[Pa]	[Pa]	[Pa]	[1]	[1]
0	0	0	0	0	0	0
8,66E-02	448	255	419	143	0,461	1,350
1,25E-01	927	543	876	299	0,438	1,284
1,45E-01	1247	732	1182	399	0,436	1,291
1,78E-01	1863	1130	1773	593	0,413	1,236
1,95E-01	2225	1354	2121	711	0,411	1,225
2,08E-01	2541	1550	2426	808	0,408	1,226
2,36E-01	3260	1961	3119	1051	0,416	1,236
2,50E-01	3644	2197	3489	1175	0,415	1,231
2,69E-01	4220	2565	4046	1374	0,409	1,205

Obr. 8.1 – Tabulka naměřených hodnot při numerickém modelování pro n=2000 min<sup>-1</sup>

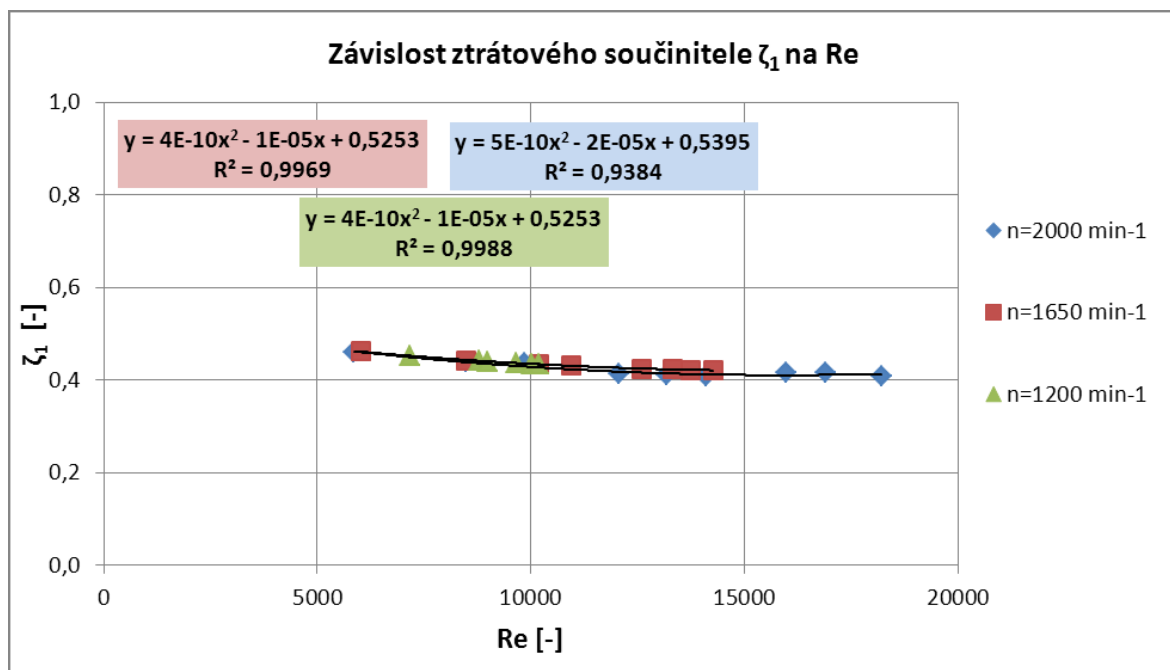
n=1650 min <sup>-1</sup>						
Q <sub>m</sub>	p <sub>tvstup</sub>	p <sub>tvystup</sub>	p <sub>dvstup</sub>	p <sub>dvystup</sub>	ζ <sub>1vstup</sub>	ζ <sub>2vystup</sub>
[kg.s <sup>-1</sup> ]	[Pa]	[Pa]	[Pa]	[Pa]	[1]	[1]
0	0	0	0	0	0	0
8,90E-02	473	269	442	150	0,462	1,360
1,25E-01	927	540	876	296	0,442	1,307
1,51E-01	1336	786	1268	428	0,434	1,285
1,62E-01	1537	907	1460	492	0,432	1,280
1,86E-01	2034	1211	1938	654	0,425	1,258
1,97E-01	2268	1353	2163	729	0,423	1,255
2,03E-01	2414	1442	2304	776	0,422	1,253
2,11E-01	2602	1558	2484	838	0,420	1,246

Obr 8.2 – Tabulka naměřených hodnot při numerickém modelování pro n=1650 min<sup>-1</sup>

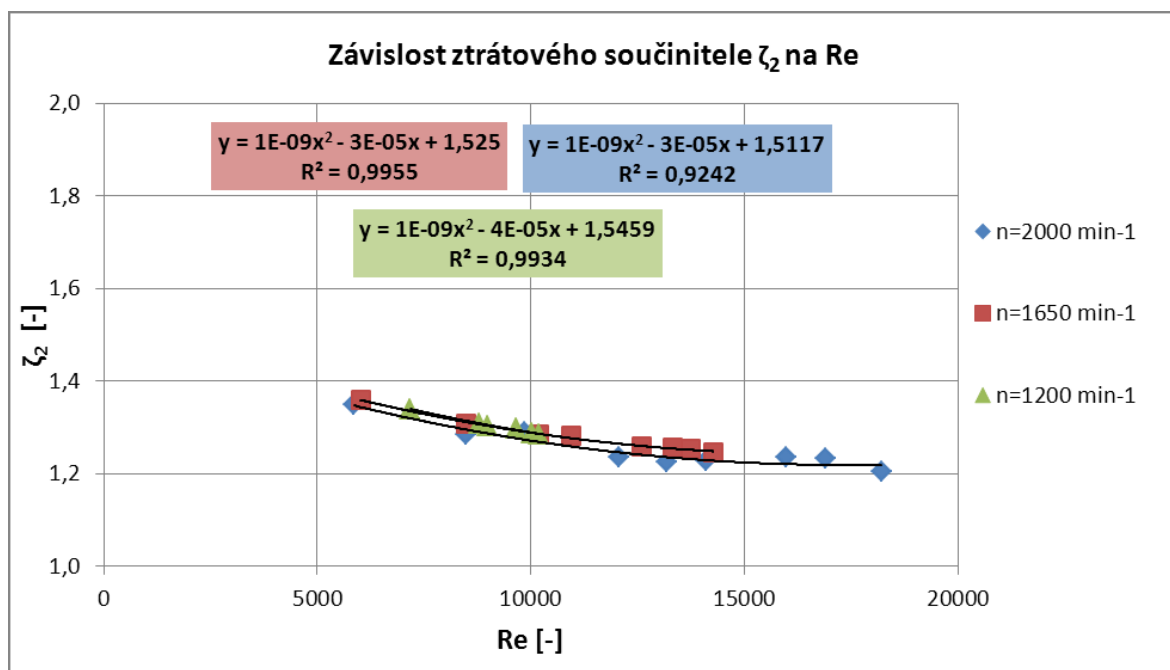
n=1200 min <sup>-1</sup>						
Q <sub>m</sub>	p <sub>tvstup</sub>	p <sub>tvystup</sub>	p <sub>dvstup</sub>	p <sub>dvystup</sub>	ζ <sub>1</sub>	ζ <sub>2</sub>
[kg.s <sup>-1</sup> ]	[Pa]	[Pa]	[Pa]	[Pa]	[1]	[1]
0	0	0	0	0	0	0
1,06E-01	669	385	629	212	0,452	1,340
1,30E-01	997	581	943	318	0,441	1,308
1,33E-01	1043	609	987	333	0,440	1,303
1,43E-01	1203	705	1140	384	0,437	1,297
1,48E-01	1293	760	1226	414	0,435	1,287
1,51E-01	1336	786	1268	428	0,434	1,285

Obr. 8.3 – Tabulka naměřených hodnot při numerickém modelování pro n=1200 min<sup>-1</sup>

Pro numerické modelování jsem uvedl závislosti pro dva součinitele místních ztrát  $\zeta_1$  a  $\zeta_2$  na  $Re$ . Tyto závislosti jsou v grafech na obr. 8.4 a 8.5.



Obr. 8.4 - Graf závislosti ztrátového součinitele  $\zeta_1$  na  $Re$  při numerickém modelování



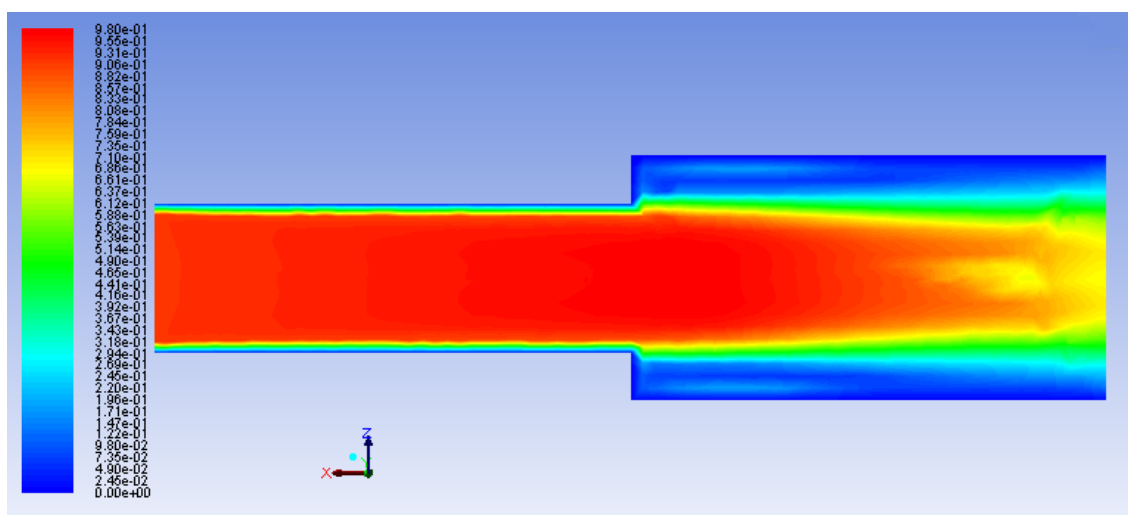
Obr. 8.5 – Graf závislosti ztrátového součinitele  $\zeta_2$  na  $Re$  při numerickém modelování

Z uvedených závislostí je patrné, že hodnoty ztrátových součinitelů jsou pro vyšší  $Re$  téměř konstantní. Pro odtokovou rychlost jsou hodnoty mírně odlišné, z důvodu vzniku víru při přechodu z menšího průměru na větší.

## 8.1 Grafické vyobrazení numerického modelování (rozšíření bez drážky)

V této kapitole jsem vyhodnotil výsledky z numerického modelování, pro náhlé rozšíření průřezu bez drážky, pomocí obrázků získaných při výpočtech. Jedná se o obrázky, na kterých jsou zobrazeny vyplněné kontury a vektory rychlostí a tlaků. Na obrázcích lze pozorovat průběh změny rychlostí, narůstání nebo pokles statického tlaku.

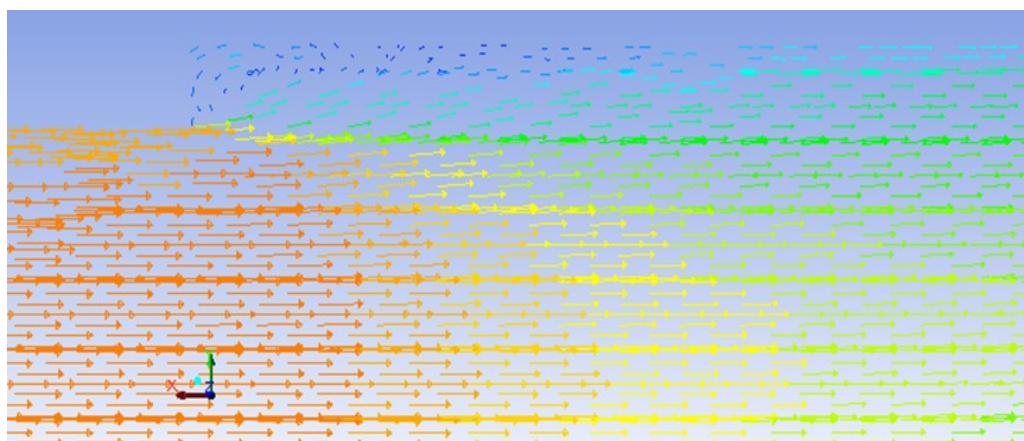
Na obr. 8.6 je zobrazen průběh rychlosti pomocí kontur. Z obrázku je patrné, že při rozšíření průřezu dojde k poklesu rychlosti. Hodnoty rychlosti lze odhadnout pomocí spektrální stupnice vlevo, je tedy vidět, že hodnota rychlosti se pohybuje v reálných hodnotách. Dále je vidět, že došlo k odtržení proudu kapaliny od stěn, proud se poté postupně opět rozšiřuje po celé šířce průřezu.



Obr. 8.6 – Průběh rychlosti u náhlého rozšíření zobrazený pomocí kontur

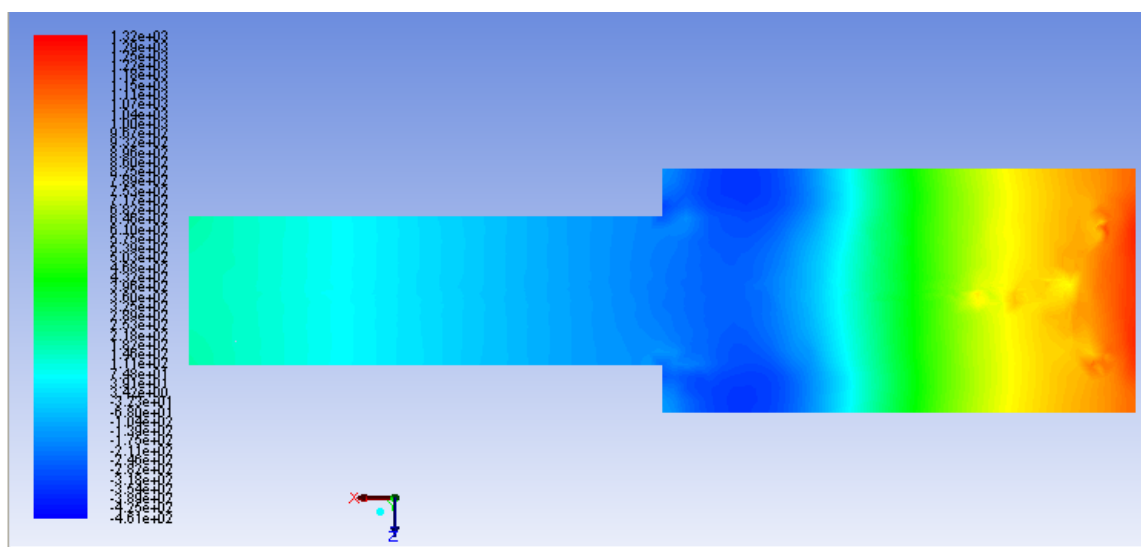
Jak jsem již zmiňoval v teoretické části, příčinou vzniku místních ztrát, u náhlého rozšíření, je vznik vírů za přechodovou částí potrubí. Vznik tohoto zavíření lze vidět na obr. 8.7, kde jsou tyto víry vidět pomocí vektorů rychlosti.





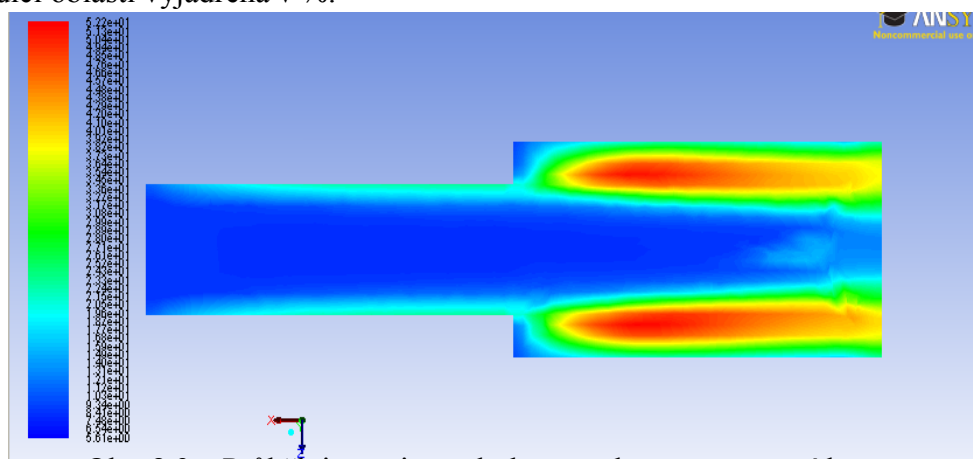
Obr. 8.7 – Vznik vírů u přechodové části vyobrazen pomocí vektorů rychlosti

Průběh tlaků u náhlého rozšíření je opačný než u ostatních prvků potrubního systému, protože zde nedochází k poklesu statického tlaku, ale k jeho zvýšení vlivem právě náhlého rozšíření průřezu. Tento průběh tlaků je vidět na obr. 8.8 pomocí kontur statického tlaku.



Obr. 8.8 – Průběh statického tlaku u náhlého rozšíření zobrazený pomocí kontur

Jelikož se jedná o turbulentní proudění, je na obr. 8.9 vidět intenzita turbulence v proudící oblasti vyjádřená v %.



Obr. 8.9 – Průběh intenzity turbulence zobrazena pomocí kontur



## 8.2 Náhlé rozšíření průřezu s drážkou

Jak jsem již uváděl výše, je obtížné zjistit přesné vzájemné uložení trubek v redukci náhlého rozšíření. Proto jsem uvažoval ještě další možnost vzájemné polohy a to tak, že mezi oběma průřezy bude malá drážka, kterou tvoří těleso redukce. Řez touto redukcí i vzájemné uložení trubek jsou na obr. 8.10. Geometrie s rozměry je uvedena výše na obr. 6.3.



Obr. 8.10 – Řez měřeným prvkem s drážkou mezi jednotlivými průměry

V následujících tabulkách jsou uvedeny hodnoty dosažené při numerickém modelování, opět pro tři stupně otáček čerpadla.

<b>n=2000 min<sup>-1</sup></b>						
<b>Q<sub>m</sub></b>	<b>p<sub>tvstup</sub></b>	<b>p<sub>tvystup</sub></b>	<b>p<sub>dvstup</sub></b>	<b>p<sub>dvystup</sub></b>	<b>ζ<sub>1vstup</sub></b>	<b>ζ<sub>2vystup</sub></b>
<b>[kg.s<sup>-1</sup>]</b>	<b>[Pa]</b>	<b>[Pa]</b>	<b>[Pa]</b>	<b>[Pa]</b>	<b>[1]</b>	<b>[1]</b>
0	0	0	0	0	0	0
8,66E-02	257	218	211	57	0,185	0,684
1,25E-01	485	323	441	155	0,367	1,045
1,45E-01	639	424	593	209	0,363	1,029
1,78E-01	944	645	889	311	0,336	0,961
1,95E-01	1123	746	1063	372	0,355	1,013
2,08E-01	1298	851	1213	425	0,369	1,052
2,36E-01	1631	1155	1559	548	0,305	0,869
2,50E-01	1849	1251	1743	562	0,343	1,064
2,69E-01	2101	1506	2020	709	0,295	0,839

Obr. 8.11 - Tabulka naměřených hodnot při numerickém modelování pro n=2000 min<sup>-1</sup>

n=1650 min <sup>-1</sup>						
Q <sub>m</sub>	p <sub>tvstup</sub>	p <sub>tvystup</sub>	p <sub>dvstup</sub>	p <sub>dvystup</sub>	ζ <sub>1vstup</sub>	ζ <sub>2vystup</sub>
[kg.s <sup>-1</sup> ]	[Pa]	[Pa]	[Pa]	[Pa]	[1]	[1]
0	0	0	0	0	0	0
8,90E-02	255	150	226	77	0,465	1,364
1,25E-01	488	315	448	158	0,386	1,095
1,51E-01	697	465	649	228	0,357	1,018
1,62E-01	798	538	746	262	0,349	0,992
1,86E-01	1050	722	991	347	0,331	0,945
1,97E-01	1178	809	1106	387	0,334	0,953
2,03E-01	1262	854	1178	413	0,346	0,988
2,11E-01	1357	914	1271	445	0,349	0,996

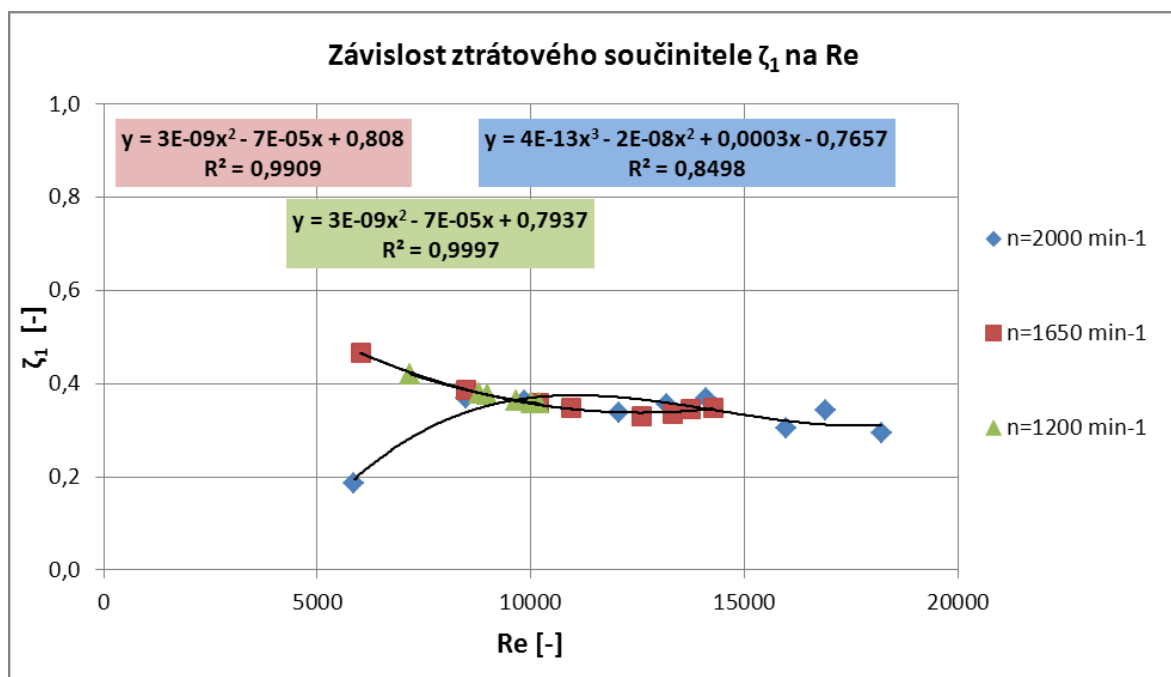
Obr. 8.12 – Tabulka naměřených hodnot při numerickém modelování pro n=1650 min<sup>-1</sup>

n=1200 min <sup>-1</sup>						
Q <sub>m</sub>	p <sub>tvstup</sub>	p <sub>tvystup</sub>	p <sub>dvstup</sub>	p <sub>dvystup</sub>	ζ <sub>1vstup</sub>	ζ <sub>2vystup</sub>
[kg.s <sup>-1</sup> ]	[Pa]	[Pa]	[Pa]	[Pa]	[1]	[1]
0	0	0	0	0	0	0
1,06E-01	356	221	321	112	0,421	1,205
1,30E-01	524	341	482	170	0,380	1,076
1,33E-01	547	357	505	178	0,376	1,067
1,43E-01	628	416	583	205	0,364	1,034
1,48E-01	674	449	627	220	0,359	1,023
1,51E-01	697	465	649	228	0,357	1,018

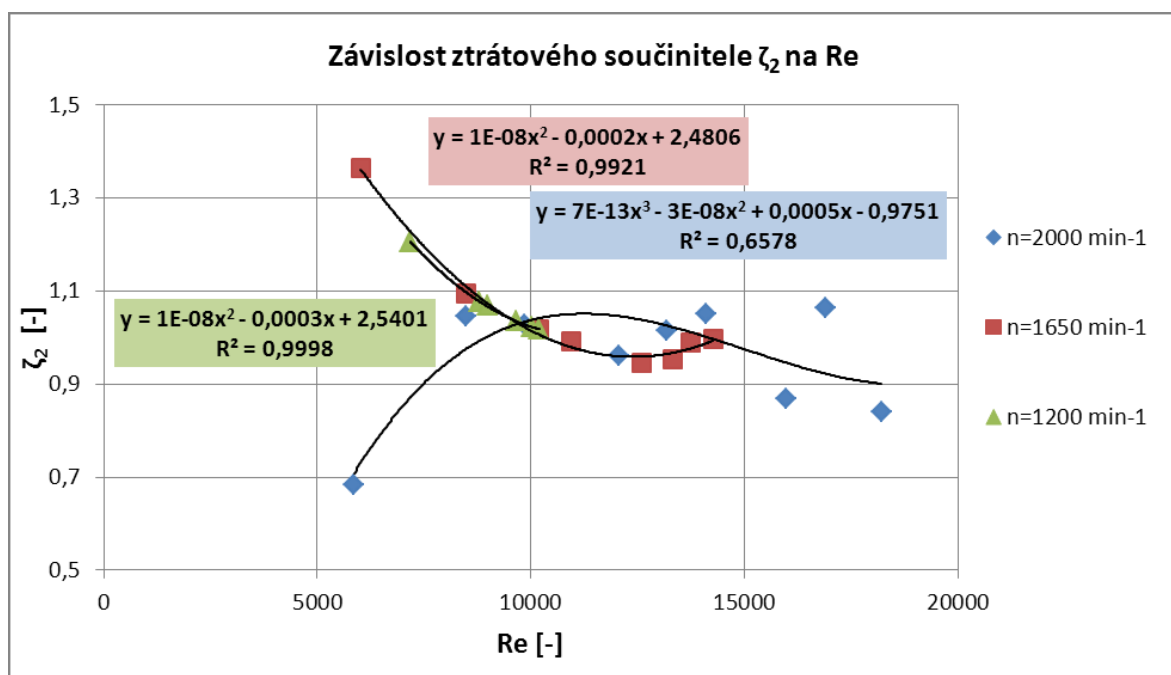
Obr. 8.13 – Tabulka naměřených hodnot při numerickém modelování pro n=1200 min<sup>-1</sup>

Při numerickém modelování jsem si zapisoval pouze hodnoty potřebné pro určení ztrátového součinitele. Jsou to hodnoty totálního tlaku na vstupu a na výstupu a hodnoty dynamických tlaků opět na vstupu a na výstupu. Z těchto hodnot jsem určil ztrátové součinitele podle vztahu 7.2.1.

Pro numerické modelování jsem uvedl závislosti pro dva součinitele místních ztrát  $\zeta_1$  a  $\zeta_2$  na  $Re$ . Tyto závislosti jsou v grafech na obr. 8.14 a 8.15.



Obr. 8.14 - Graf závislosti ztrátového součinitele  $\zeta_1$  na  $Re$  při numerickém modelování

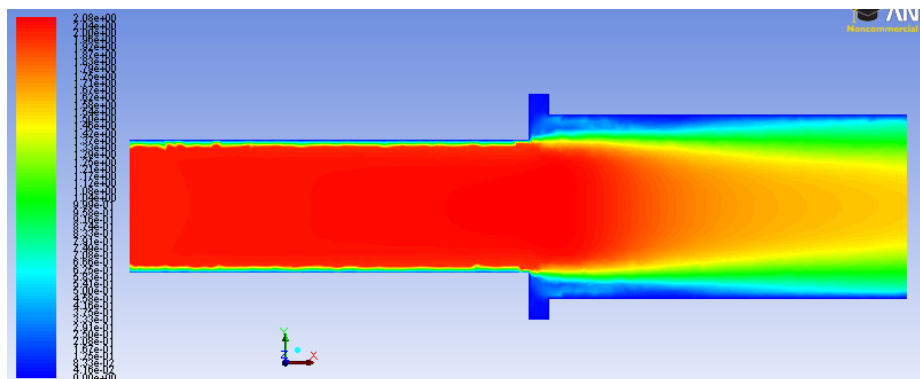


Obr. 8. 15 – Graf závislosti ztrátového součinitele  $\zeta_2$  na  $Re$  při numerickém modelování

Při modelování rozšíření s drážkou docházelo k odlišným hodnotám ztrátových součinitelů závislých na odtokové rychlosti. Rozdílné hodnoty může způsobit právě drážka mezi oběma průřezy. Rozdíly jsou v řádu desetin. U ztrátového součinitele  $\zeta_1$  lze hodnoty považovat opět téměř za konstantní.

### 8.3 Grafické vyobrazení numerického modelování (rozšíření s drážkou)

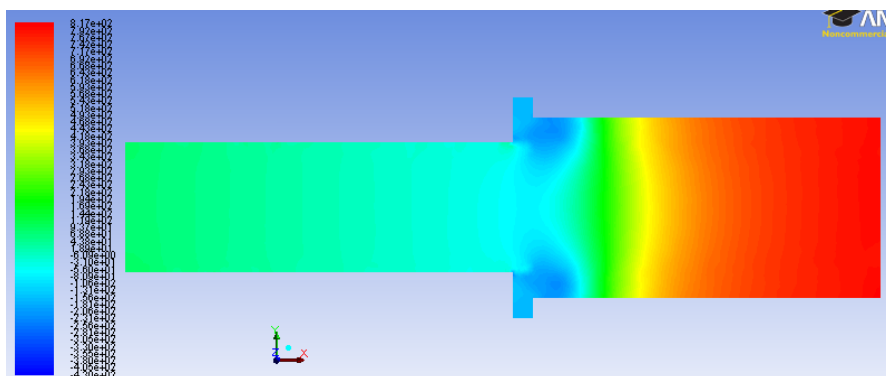
Pro modelování rozšíření s drážkou jsem provedl grafické vyobrazení některých veličin a jejich průběh při proudění danou oblastí. Vznik vírů je obdobný jako na obr. 8.9. Obrázky jsou uvedeny pro nejvyšší otáčky čerpadla a pro největší průtok obvodem.



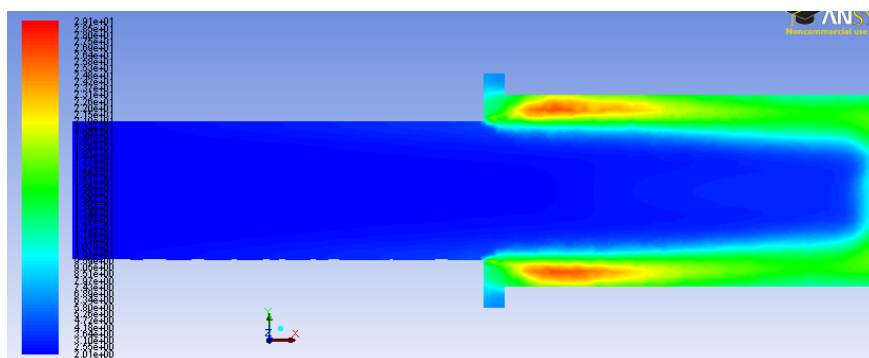
Obr. 8.16 – Průběh rychlosti zobrazen pomocí vyplněných kontur

Na průběhu rychlosti je vidět, jak se postupně odtržený proud kapaliny po určité délce opět roztahuje na celý průměr potrubí. Dále lze vidět, že v drážce je rychlost téměř nulová.

Průběh statického tlaku odpovídá předpokladu, že při přechodu do rozšířené části dojde k jeho nárůstu. Průběh tlaků je na obr. 8.17.



Obr. 8.17 – Průběh statického tlaku zobrazen pomocí vyplněných kontur



Obr. 8.18 - Průběh intenzity turbulence zobrazena pomocí kontur

## 9 Náhlé zúžení průřezu (bez drážky)

V další kapitole se věnuju náhlému zúžení průřezu. Při zúžení už jde o reálné tlakové ztráty, které vznikají při proudění náhlým zúžením. Protože došlo ke změně průřezu na menší, stoupá, podle rovnice kontinuity, rychlost proudění a tím klesá statický tlak. Rozdíl tlaků na vstupu a výstupu do zúžení je tlaková ztráta. Pro určení ztrátového součinitele jsou však důležité hodnoty totálních a dynamických tlaků na vstupu a na výstupu.

Hodnoty numerického modelování jsou uvedeny v tabulkách, jako tomu bylo u předcházejících výpočtů. Dále pak jsou v grafech uvedeny závislosti ztrátových součinitelů na  $Re$ .

<b>n=2000 min<sup>-1</sup></b>						
<b>Q<sub>m</sub></b>	<b>p<sub>tvstup</sub></b>	<b>p<sub>tvystup</sub></b>	<b>p<sub>dvstup</sub></b>	<b>p<sub>dvystup</sub></b>	<b>ζ<sub>1vstup</sub></b>	<b>ζ<sub>2vystup</sub></b>
<b>[kg.s<sup>-1</sup>]</b>	<b>[Pa]</b>	<b>[Pa]</b>	<b>[Pa]</b>	<b>[Pa]</b>	<b>[1]</b>	<b>[1]</b>
0	0	0	0	0	0	0
9,52E-02	812	545	70	556	3,814	0,480
1,23E-01	1347	908	116	921	3,784	0,477
1,49E-01	1993	1348	172	1363	3,750	0,473
1,68E-01	2520	1769	205	1722	3,663	0,436
1,89E-01	3194	2197	276	2183	3,612	0,457
2,14E-01	4101	2784	355	2802	3,710	0,470
2,31E-01	4776	3247	413	3264	3,702	0,468
2,67E-01	6362	4328	551	4345	3,691	0,468

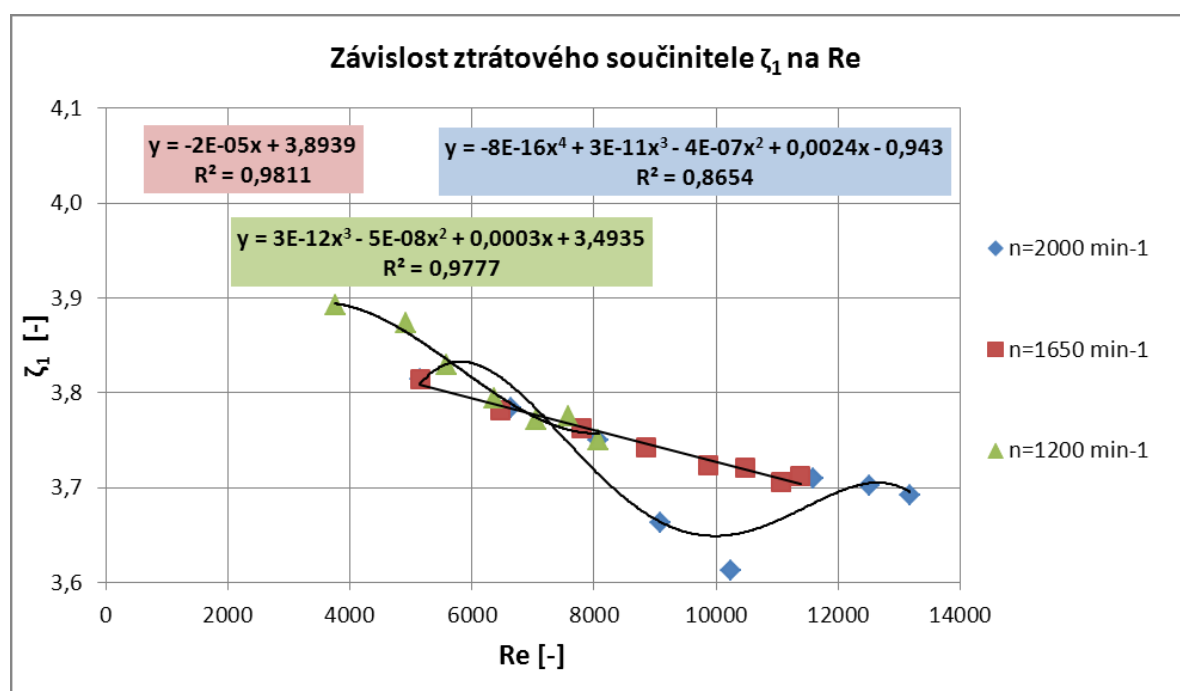
Obr. 9.1 - Tabulka naměřených hodnot při numerickém modelování pro  $n=2000 \text{ min}^{-1}$

<b>n=1650 min<sup>-1</sup></b>						
<b>Q<sub>m</sub></b>	<b>p<sub>tvstup</sub></b>	<b>p<sub>tvystup</sub></b>	<b>p<sub>dvstup</sub></b>	<b>p<sub>dvystup</sub></b>	<b>ζ<sub>1vstup</sub></b>	<b>ζ<sub>2vystup</sub></b>
<b>[kg.s<sup>-1</sup>]</b>	<b>[Pa]</b>	<b>[Pa]</b>	<b>[Pa]</b>	<b>[Pa]</b>	<b>[1]</b>	<b>[1]</b>
0	0	0	0	0	0	0
9,52E-02	812	545	70	556	3,814	0,480
1,19E-01	1277	861	110	874	3,782	0,476
1,44E-01	1859	1257	160	1271	3,763	0,474
1,63E-01	2389	1618	206	1634	3,743	0,472
1,82E-01	2971	2014	257	2031	3,724	0,471
1,94E-01	3352	2273	290	2290	3,721	0,471
2,04E-01	3729	2532	323	2549	3,706	0,470
2,10E-01	3947	2681	341	2698	3,713	0,469

Obr. 9.2 - Tabulka naměřených hodnot při numerickém modelování pro  $n=1650 \text{ min}^{-1}$

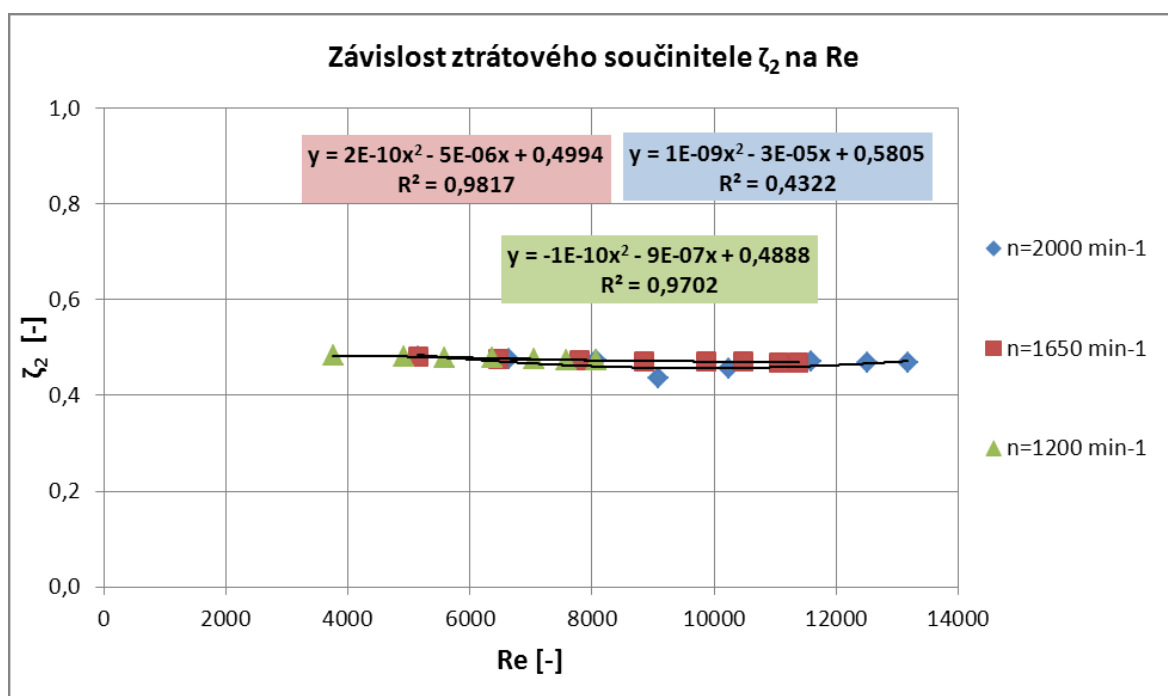
n=1200 min <sup>-1</sup>						
Q <sub>m</sub>	p <sub>tvstup</sub>	p <sub>tvystup</sub>	p <sub>dvstup</sub>	p <sub>dvystup</sub>	ζ <sub>1vstup</sub>	ζ <sub>2vystup</sub>
[kg.s <sup>-1</sup> ]	[Pa]	[Pa]	[Pa]	[Pa]	[1]	[1]
0	0	0	0	0	0	0
6,95E-02	434	290	37	298	3,892	0,483
9,07E-02	739	495	63	506	3,873	0,482
1,03E-01	958	644	82	656	3,829	0,479
1,18E-01	1242	836	107	849	3,794	0,478
1,30E-01	1520	1026	131	1039	3,771	0,475
1,40E-01	1758	1188	151	1202	3,775	0,474
1,49E-01	1993	1348	172	1363	3,750	0,473

Obr. 9.3 - Tabulka naměřených hodnot při numerickém modelování pro n=1650 min<sup>-1</sup>



Obr. 9.4 – Graf závislosti ztrátového součinitele  $\zeta_l$  na  $Re$  při numerickém modelování

Z prvního grafu, kde je závislost ztrátového součinitele pro vstupní rychlost na  $Re$ , je vidět, že hodnoty jsou odlišné. Jejich odchylka je v řádu maximálně 0,3. Tato nepřesnost vznikla nepřesností při laboratorním měření, ze kterého se prováděla numerická simulace.

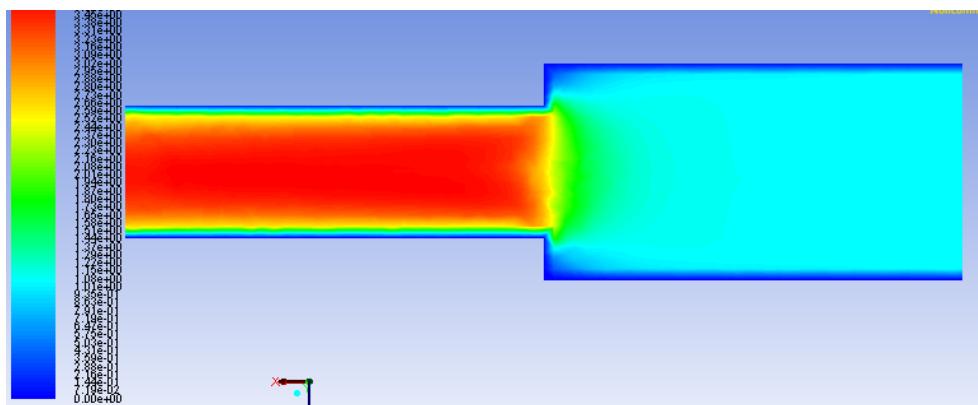


Obr. 9.5 – Graf závislosti ztrátového součinitele  $\zeta_2$  na  $Re$  při numerickém modelování

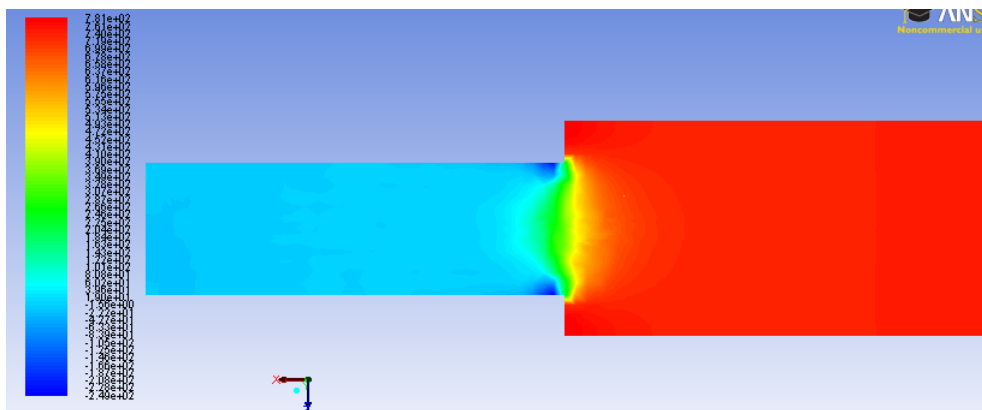
U ztrátového součinitele, počítaného pro výstupní rychlost, jsou hodnoty téměř konstantní, tak jak by tomu mělo u vyšších  $Re$  čísel být.

## 9.1 Grafické vyobrazení numerického modelování (zúžení bez drážky)

Na grafickém vyobrazení pomocí vyplněných kontur lze vidět zvýšení rychlosti proudění při vstupu do zúžené části.

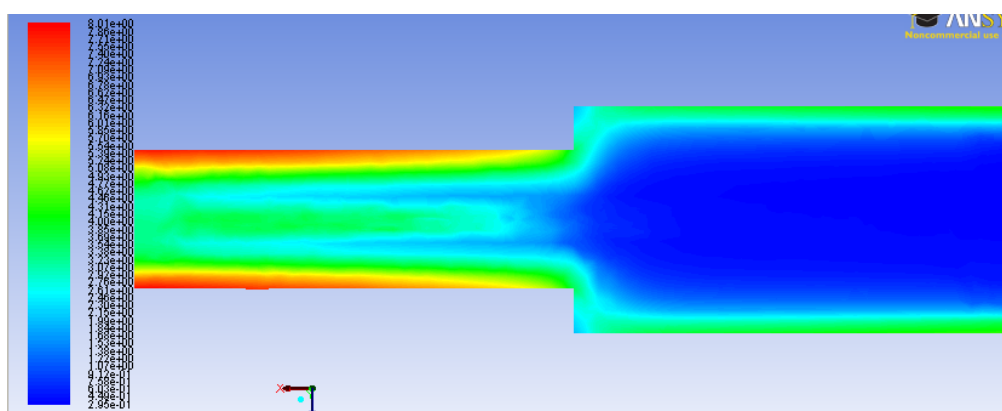


Obr. 9.6 - Průběh rychlosti zobrazen pomocí vyplněných kontur

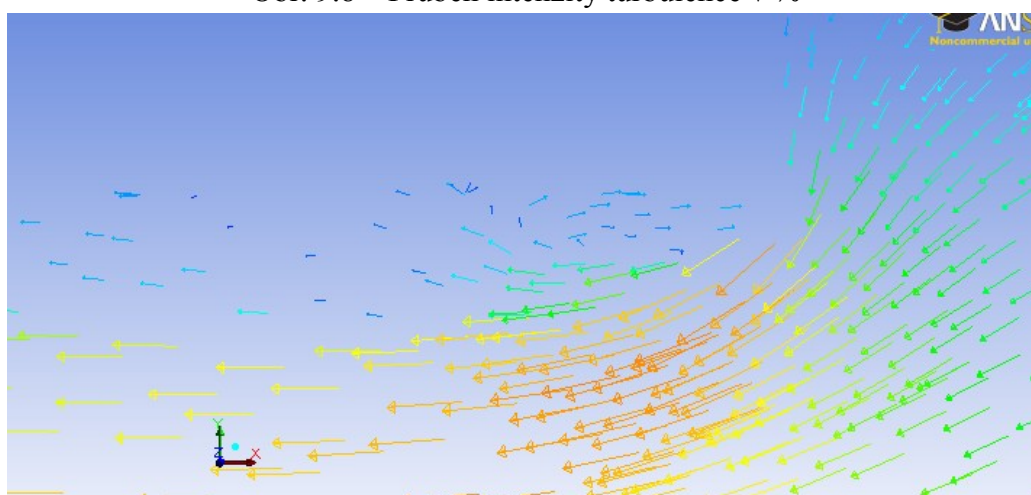


Obr. 9.7 – Průběh statického tlaku zobrazen pomocí vyplněných kontur

Na průběhu statického tlaku je vidět vznik tlakové ztráty v okamžiku vstupu kapaliny do zúžené části průřezu. Na obr. 9.8 je zobrazena intenzita turbulence v %.



Obr. 9.8 – Průběh intenzity turbulence v %



Obr. 9.9 – Přejchod do zúžené části zobrazen pomocí vektorů rychlosti

Na obr. 9.9 je přechod kapaliny do zúžené části. Přejchod je zobrazen pomocí vektorů rychlosti, které jsou obarveny statickým tlakem. Lze také vidět vznik vírů za přechodovou částí.



## 10 Náhlé zúžení průřezu s drážkou

Jako poslední část numerického modelování se jedná o náhlé zúžení průřezu s drážkou. Vznik tlakové ztráty byl popsán v kapitole s náhlým zúžením bez drážky.

V tabulkách jsou uvedeny hodnoty totálních a dynamických tlaků, které jsou nezbytné pro určení ztrátových součinitelů.

n=2000 min <sup>-1</sup>						
Q <sub>m</sub>	p <sub>tvstup</sub>	p <sub>tvystup</sub>	p <sub>dvstup</sub>	p <sub>dvystup</sub>	ζ <sub>1vstup</sub>	ζ <sub>2vystup</sub>
[kg.s <sup>-1</sup> ]	[Pa]	[Pa]	[Pa]	[Pa]	[1]	[1]
0	0	0	0	0	0	0
9,52E-02	373	250	69	269	1,783	0,457
1,23E-01	611	423	116	446	1,621	0,422
1,49E-01	899	635	172	659	1,535	0,401
1,68E-01	1134	809	217	833	1,498	0,390
1,89E-01	1436	1033	276	1056	1,460	0,382
2,14E-01	1844	1332	355	1356	1,442	0,378
2,31E-01	2145	1556	413	1580	1,426	0,373
2,67E-01	2858	2087	551	2108	1,399	0,366

Obr. 10.1 - Tabulka naměřených hodnot při numerickém modelování pro n=2000 min<sup>-1</sup>

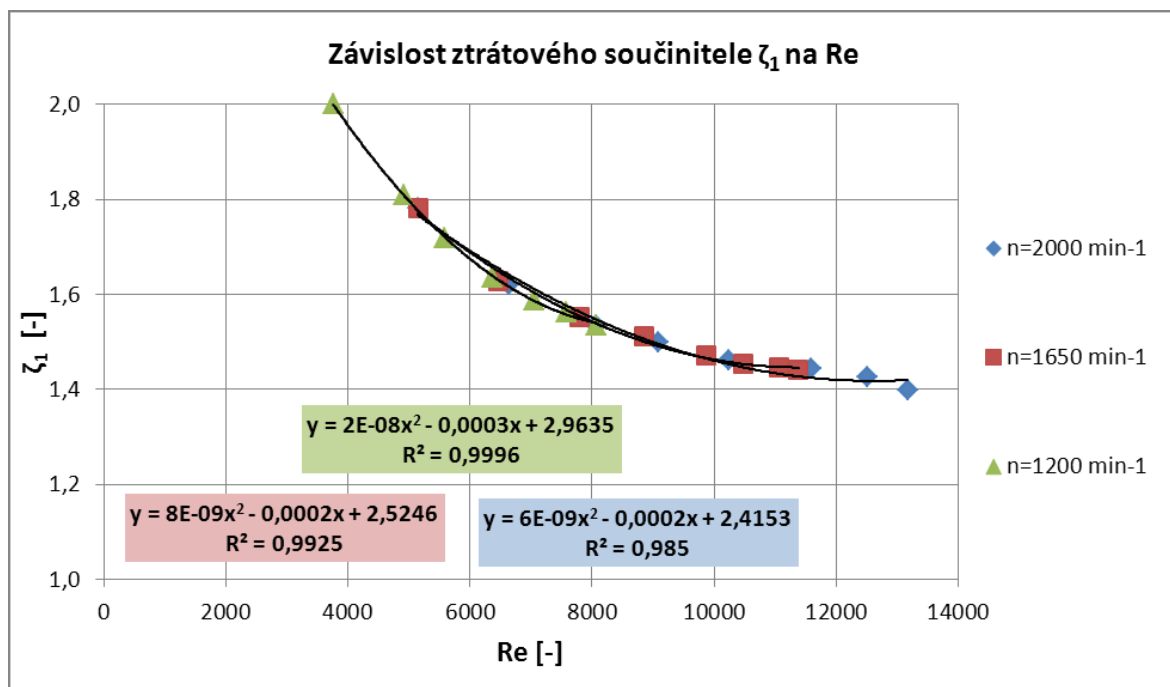
n=1650 min <sup>-1</sup>						
Q <sub>m</sub>	p <sub>tvstup</sub>	p <sub>tvystup</sub>	p <sub>dvstup</sub>	p <sub>dvystup</sub>	ζ <sub>1vstup</sub>	ζ <sub>2vystup</sub>
[kg.s <sup>-1</sup> ]	[Pa]	[Pa]	[Pa]	[Pa]	[1]	[1]
0	0	0	0	0	0	0
9,52E-02	373	250	69	269	1,782	0,457
1,19E-01	580	401	110	423	1,628	0,423
1,44E-01	839	591	160	615	1,553	0,404
1,63E-01	1077	766	206	790	1,511	0,394
1,82E-01	1336	959	256	982	1,471	0,384
1,94E-01	1507	1085	290	1108	1,454	0,381
2,04E-01	1675	1210	322	1233	1,445	0,377
2,10E-01	1773	1282	341	1305	1,441	0,376

Obr. 10.2 - Tabulka naměřených hodnot při numerickém modelování pro n=1650 min<sup>-1</sup>

n=1200 min <sup>-1</sup>						
Q <sub>m</sub>	p <sub>tvstup</sub>	p <sub>tvystup</sub>	p <sub>dvstup</sub>	p <sub>dvystup</sub>	ζ <sub>1vstup</sub>	ζ <sub>2vystup</sub>
[kg.s <sup>-1</sup> ]	[Pa]	[Pa]	[Pa]	[Pa]	[1]	[1]
0	0	0	0	0	0	0
6,95E-02	203	129	37	145	2,000	0,510
9,07E-02	340	226	63	245	1,810	0,465
1,03E-01	438	297	82	317	1,720	0,445
1,18E-01	564	389	107	411	1,636	0,426
1,30E-01	688	480	131	503	1,588	0,414
1,40E-01	794	558	151	582	1,563	0,405
1,49E-01	899	635	172	659	1,535	0,401

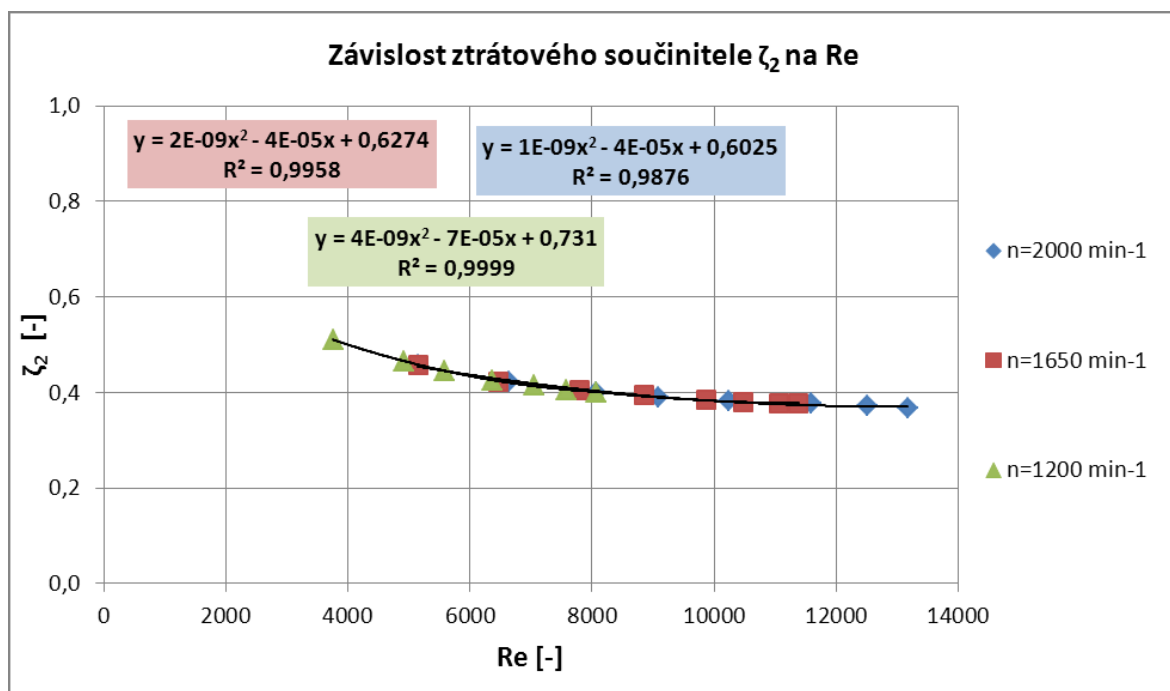
Obr. 10.3 - Tabulka naměřených hodnot při numerickém modelování pro n=1200 min<sup>-1</sup>

Opět jsem zobrazil závislosti ztrátových součinitelů  $\zeta_1$  a  $\zeta_2$  na  $Re$ .



Obr. 10.4 – Graf závislosti ztrátového součinitele  $\zeta_1$  na  $Re$  při numerickém modelování

Z prvního grafu lze vidět, že s rostoucím  $Re$  číslem dochází ke snižování ztrátového součinitele. Při vyšších hodnotách  $Re$  se ztrátový součinitel dostává na konstantní hodnotu.

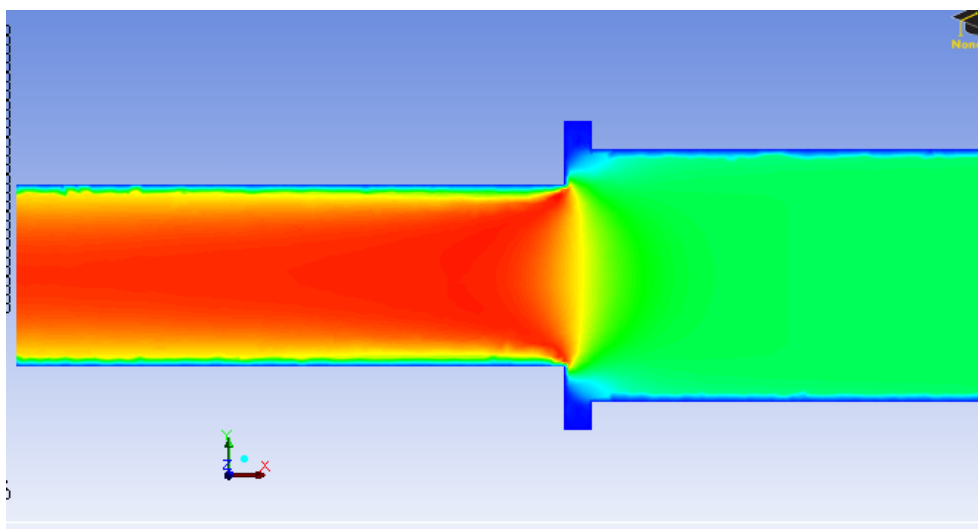


Obr. 10.5 – Graf závislosti ztrátového součinitele  $\zeta_2$  na  $Re$  při numerickém modelování

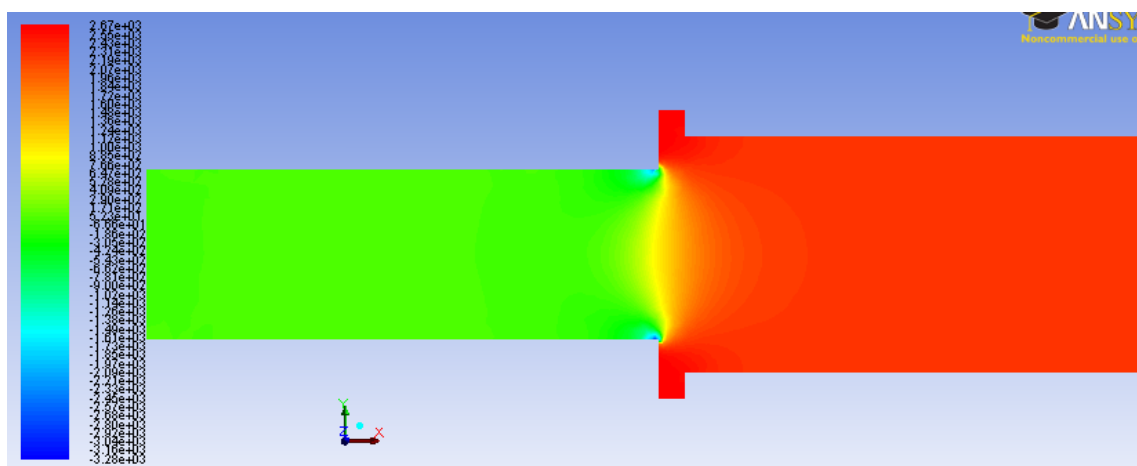
Z hodnot ztrátového součinitele, počítaného na výstupu, je opět vidět, že je téměř konstantní.

## 10.1 Grafické vyobrazení numerického modelování (zúžení s drážkou)

Tak jako pro ostatní modely, tak i pro zúžení s drážkou jsem provedl grafické vyobrazení některých veličin při proudění kapaliny.

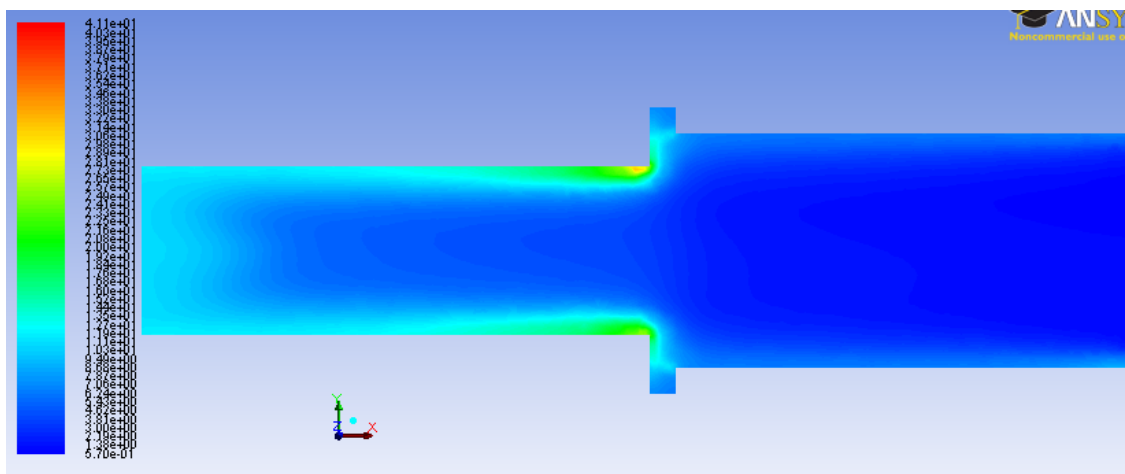


Obr. 10.6 - Průběh rychlosti zobrazen pomocí vyplněných kontur



Obr. 10.7 – Průběh statického tlaku zobrazen pomocí vyplněných kontur

Na průběhu statického tlaku lze pozorovat vznik vírů a pokles tlaku při vstupu do zúžené části.



Obr. 10.8 – Průběh intenzity turbulence v %

Z průběhu intenzity turbulence je vidět, že při vstupu do zúžené části, kde je rychlost proudění větší a tedy i větší Re číslo, dochází k nárůstu intenzity.

## 11 Zhodnocení součinitelů místních ztrát

Na závěr diplomové práce jsem provedl porovnání hodnot získaných z laboratorního měření, numerického modelování a hodnot uváděných v literatuře. Porovnání jsem provedl jak pro rozšíření průřezu, tak i pro zúžení průřezu a pro všechny tři stupně otáček čerpadla.

Ještě než přejdu k porovnání výsledků, určím teoretické hodnoty ztrátových součinitelů podle vztahů uváděných v literatuře. U náhlého rozšíření se určí hodnoty ztrátového součinitele podle Bordova vztahu:

$$\zeta = \left( \frac{S_1}{S_2} - 1 \right) = \left[ \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^4 - 1 \right] \quad (11.1)$$

$$\zeta = \left( \frac{S_1}{S_2} - 1 \right) = \left( \frac{1,629 \cdot 10^{-3}}{2,54 \cdot 10^{-3}} - 1 \right) = 1,13$$

$$\zeta_1 = \left( \frac{S_2}{S_1} - 1 \right) = \left[ \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^4 - 1 \right] \quad (11.2)$$

$$\zeta_1 = \left( \frac{S_2}{S_1} - 1 \right) = \left( \frac{2,54 \cdot 10^{-3}}{1,629 \cdot 10^{-3}} - 1 \right) = 1,32$$

Ztrátový součinitel u náhlého zúžení se teoreticky počítá ze vztahu:

$$\zeta = \left( \frac{S_1}{S_2} - 1 \right) \frac{S_1}{S_2} = \left( \frac{2,54 \cdot 10^{-3}}{1,629 \cdot 10^{-3}} - 1 \right) \frac{2,54 \cdot 10^{-3}}{1,629 \cdot 10^{-3}} = 1,87$$

$$\zeta_1 = \left( -\frac{S_2}{S_1} \right) = \left( -\frac{1,629 \cdot 10^{-3}}{2,54 \cdot 10^{-3}} \right) = 1,36$$
(11.3)

Jak jsem již zmiňoval v úvodu diplomové práce, určení ztrátového součinitele je teoreticky velmi obtížné a nepřesné. Ztrátový součinitel se přesněji určuje experimentálním měřením.

#### Vyhodnocení součinitelů místních ztrát pro náhlé rozšíření průřezu.

	$Q_v$	Teorie		Laboratorní měření		Numerické modelování			
	$[m^3 s^{-1}]$					Bez drážky		S drážkou	
		$\zeta_{1vstup}$	$\zeta_{2vystup}$	$\zeta_{1vstup}$	$\zeta_{2vystup}$	$\zeta_{1vstup}$	$\zeta_{2vystup}$	$\zeta_{1vstup}$	$\zeta_{2vystup}$
<b>n=2000 min<sup>-1</sup></b>	8,66E-05	0,13	0,32	0,17	0,42	0,46	1,35	0,18	0,68
	1,25E-04			0,17	0,42	0,44	1,28	0,37	1,05
	1,45E-04			0,12	0,30	0,44	1,29	0,36	1,03
	1,78E-04			0,13	0,32	0,41	1,24	0,34	0,96
	1,95E-04			0,15	0,37	0,41	1,23	0,35	1,01
	2,08E-04			0,14	0,35	0,41	1,23	0,37	1,05
	2,36E-04			0,15	0,36	0,42	1,24	0,31	0,87
	2,50E-04			0,18	0,43	0,41	1,23	0,34	1,06
	2,69E-04			0,16	0,38	0,41	1,20	0,29	0,84
<b>n=1650 min<sup>-1</sup></b>	8,90E-05	0,13	0,32	0,20	0,48	0,46	1,36	0,46	1,36
	1,25E-04			0,17	0,42	0,44	1,31	0,39	1,09
	1,51E-04			0,19	0,46	0,43	1,29	0,36	1,02
	1,62E-04			0,21	0,50	0,43	1,28	0,35	0,99
	1,86E-04			0,13	0,32	0,42	1,26	0,33	0,95
	1,97E-04			0,15	0,37	0,42	1,26	0,33	0,95
	2,03E-04			0,15	0,38	0,42	1,25	0,35	0,99
	2,11E-04			0,16	0,39	0,42	1,25	0,35	1,00
<b>n=1200 min<sup>-1</sup></b>	1,06E-04	0,13	0,32	0,15	0,36	0,45	1,34	0,42	1,21
	1,30E-04			0,12	0,29	0,44	1,31	0,38	1,08
	1,33E-04			0,12	0,29	0,44	1,30	0,38	1,07
	1,43E-04			0,15	0,37	0,44	1,30	0,36	1,03
	1,48E-04			0,12	0,30	0,43	1,29	0,36	1,02
	1,51E-04			0,14	0,35	0,43	1,29	0,36	1,02

Obr. 11.1 – Porovnání ztrátových součinitelů pro náhlé rozšíření

V tabulce je vidět porovnání všech dosažených výsledků. Hodnoty ztrátových součinitelů uváděných v literatuře se nejvíce shodují s laboratorním měřením. Při numerickém modelování jsou výsledky odlišné. Jak jsem již zmiňoval, při měření docházelo k nepřesnostem vlivem pulsací obvodu a dále pak obsahem vzduchu v obvodu. Při numerické simulaci nelze úplně přesně simulovat daný problém. Další nepřesnost může způsobit neznalost vzájemného uložení jednotlivých průměrů vedle sebe. Rozdíl ztrátového součinitele pro vstupní rychlost není tak velký, jako tomu je u ztrátových součinitelů počítaných pro výstupní rychlost.

#### Vyhodnocení součinitelů místních ztrát pro náhlé zúžení průřezu.

	$Q_v$	Teorie		Laboratorní měření		Numerické modelování			
	$[m^3 s^{-1}]$					Bez drážky		S drážkou	
		$\zeta_{1vstup}$	$\zeta_{2vystup}$	$\zeta_{1vstup}$	$\zeta_{2vystup}$	$\zeta_{1vstup}$	$\zeta_{2vystup}$	$\zeta_{1vstup}$	$\zeta_{2vystup}$
$n=2000 \text{ min}^{-1}$	9,52E-05	0,87	0,36	1,083	0,444	3,814	0,480	1,783	0,457
	1,23E-04			1,684	0,690	3,784	0,477	1,621	0,422
	1,49E-04			1,581	0,648	3,750	0,473	1,535	0,401
	1,68E-04			1,579	0,647	3,663	0,436	1,498	0,390
	1,89E-04			1,580	0,647	3,612	0,457	1,460	0,382
	2,14E-04			1,685	0,690	3,710	0,470	1,442	0,378
	2,31E-04			1,741	0,713	3,702	0,468	1,426	0,373
	2,43E-04			1,753	0,718	3,691	0,468	1,399	0,366
	2,58E-04			1,796	0,736	3,680	0,450	1,420	0,360
$n=1650 \text{ min}^{-1}$	9,52E-05	0,87	0,36	1,083	0,444	3,814	0,480	1,782	0,457
	1,19E-04			1,410	0,577	3,782	0,476	1,628	0,423
	1,44E-04			1,555	0,637	3,763	0,474	1,553	0,404
	1,63E-04			1,602	0,656	3,743	0,472	1,511	0,394
	1,82E-04			1,539	0,631	3,724	0,471	1,471	0,384
	1,94E-04			1,640	0,672	3,721	0,471	1,454	0,381
	2,04E-04			1,693	0,694	3,706	0,470	1,445	0,377
	2,10E-04			1,664	0,681	3,713	0,469	1,441	0,376
$n=1200 \text{ min}^{-1}$	6,95E-05	0,87	0,36	1,712	0,701	3,892	0,483	2,000	0,510
	9,07E-05			1,336	0,547	3,873	0,482	1,810	0,465
	1,03E-04			1,650	0,676	3,829	0,479	1,720	0,445
	1,18E-04			1,490	0,610	3,794	0,478	1,636	0,426
	1,30E-04			1,552	0,636	3,771	0,475	1,588	0,414
	1,40E-04			1,534	0,628	3,775	0,474	1,563	0,405
	1,49E-04			1,581	0,648	3,750	0,473	1,535	0,401

Obr. 11.2 – Porovnání ztrátových součinitelů pro náhlé zúžení

Při porovnání ztrátových součinitelů pro náhlé zúžení je vidět, že hodnotě  $\zeta_l$ , z teoretického výpočtu, se nejvíce blíží hodnota z numerického modelování náhlého zúžení bez drážky. Hodnoty laboratorního měření jsou, s hodnotami modelování bez drážky,

téměř totožné. Pro ztrátový součinitel  $\zeta_2$  jsou téměř všechny vypočtené hodnoty stejné. Rozdíly jsou v řádech 0,1 – 0,3. Největší rozdíl vznikl u hodnoty  $\zeta_I$  u zúžení bez drážky, což může nasvědčovat tomu, že se skutečně nejedná o okamžitý přechod z jednoho průměru na druhý, ale že může mezi průměry být jakákoliv mezera, odchylka apod.

## 12 Závěr

V první části mé diplomové práce jsem se zabýval hydraulickými odpory a důvody jejich vzniku. Jednalo se o odpory třecí a odpory místní. Jelikož je moje diplomová práce zaměřena na měření a modelování místních ztrát, tak jsem se převážně věnoval těmto ztrátám, a to především náhlému zúžení a rozšíření průřezu.

V další části jsem provedl výpočty, potřebné pro určení ztrátových součinitelů  $\zeta_1$  a  $\zeta_2$  z laboratorního měření. Měření probíhalo v laboratořích katedry hydromechaniky a hydraulických zařízení. Součinitele místních ztrát jsem měřil na vodní trati, která je v laboratořích již sestavena. Pro různé hodnoty průtoku jsem měřil ztrátovou výšku, pomocí které jsem pak určil tlakovou diferenci a dále pak ztrátové součinitele. Měření jsem prováděl pro 3 stupně otáček čerpadla. Fotografie trati a měřených prvků jsou uvedeny v příslušné kapitole.

V následující kapitole jsem sestavil výpočetní 3D model pro numerické modelování. Nejprve jsem vytvořil geometrii proudění, a poté jsem vytvořil výpočetní síť. Modeloval jsem nestlačitelné, izotermické turbulentní proudění. K numerickému modelování jsem využíval program Ansys Fluent. Aby byla geometrie co nejpřesnější, měřené tvarovky jsem podélně rozříznul a odměřil geometrii. Vytvořil jsem dva výpočetní modely. Jeden model jako náhlé rozšíření (zúžení) a druhý model jako náhlé rozšíření (zúžení) s malou drážkou.

Následně jsem prováděl samotnou simulaci proudění postupně pro jednotlivé geometrie a pro různé hodnoty  $Re$  čísla. Veškerá dosažená data jsou uvedena v tabulkách a závislosti jsou zobrazeny v grafech. Grafické vyobrazení jsem prováděl převážně pomocí vyplněných kontur. Pomocí těchto kontur jsem zobrazoval průběhy rychlosti, statického tlaku a intenzitu turbulence. Zobrazení vektorů rychlosti sloužilo k ukázce vzniku vírů u přechodových částí.

Na závěr diplomové práce jsem provedl zhodnocení úlohy. Porovnal jsem hodnoty z laboratorního měření a numerického modelování s hodnotami uváděnými v literatuře. Jak je zmíněno v kapitole 10, u některé hodnoty ztrátových součinitelů se poměrně shodují jak s teorií, tak i s laboratorním měřením. Některé hodnoty jsou odlišné od hodnot uváděných



v literatuře. Jak jsem již zmiňoval, při měření docházelo k chybám, vlivem pulsací kapaliny a obsahem vzduchu v potrubí.

Možnost, jak dosáhnout přesnějších výsledků, vidím v sestavení nové vodní tratě s průtokoměrem a digitálními snímači tlaku. Při sestavení tohoto obvodu by byly naměřené hodnoty přesnější.

## **Poděkování**

Děkuji paní doc. Ing. Drábková Sylva, Ph.D. za vedení diplomové práce a za poskytnutí cenných rad, které mně během vypracování diplomové práce udělovala.

## Seznam použité literatury:

- [1] BOJKO, M., KOZUBKOVÁ, M., RAUTOVÁ, J.: *Základy hydromechaniky a zásobování hasiv*. 1. vyd. V Ostravě: Sdružení požárního a bezpečnostního inženýrství, 2008, 198 s. ISBN 978-80-7385-033-3.
- [2] NOSKIEVIČ, J.: *Zásobování hasiv*. 2. vyd. Ostrava: VŠB, 1986, 181 s.
- [3] NOSKIEVIČ, J.: *Potrubí a črpadla*. Ostrava. Skripta VŠB-TU Ostrava, 1984. 101 s.
- [4] NOSIEVIČ, J.: *Potenciální proudění*. Ostrava. Skripta VŠB-TU Ostrava, 1984. 89 s.
- [5] JANALÍK, J., ŠTÁVA, P.: *Mechanika tekutin*. 1. vyd. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 2002, 125 s. ISBN 80-248-0038-1.
- [6] *Měření místních ztrát na vodní trati* [online]. [cit. 2012-2-10]  
Dostupný z WWW: <<http://www.338.vsb.cz/PDF/SKRIPTA01.pdf>>
- [7] DRÁBKOVÁ, S.: *Mechanika tekutin*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava. 2007. 257 s. ISBN 978-80-248-1508-4.
- [8] BOJKO, M.: *3D Proudění - ANSYS Fluent*. VŠB-TU Ostrava, 2008  
[online]. [cit. 2012-2-10] Dostupný z WWW:  
<<http://www.338.vsb.cz/PDF/3D-Proudeni-ANSYS-Fluent.pdf>>
- [9] NECKÁŘOVÁ, J., DOSKOČIL L.: *Potrubí a armatury*. Ostrava. Skripta VŠB-TU Ostrava, 1978. 170 s.
- [10] *Proudění v potrubí* [online]. [cit. 2012-2-10]  
Dostupný z WWW:  
<[http://hydraulika.fsv.cvut.cz/Hydraulika/Hydraulika/Predmety/HY2V/ke\\_stazeni/prednasky/HY2V\\_04\\_Hydraulika\\_potrubí.pdf](http://hydraulika.fsv.cvut.cz/Hydraulika/Hydraulika/Predmety/HY2V/ke_stazeni/prednasky/HY2V_04_Hydraulika_potrubí.pdf)>

- [11] *Mechanika tekutin*. ČVUT [online]. [cit. 2012-2-10]  
Dostupný z WWW:  
<[http://www.strojar.com/upload/skripta/3rocnik/Mechanika\\_Tekutin\\_skripta\\_2000.pdf](http://www.strojar.com/upload/skripta/3rocnik/Mechanika_Tekutin_skripta_2000.pdf)>
- [12] KOZUBKOVÁ, M.: *Modelování proudění tekutin- Fluent*, VŠB-TU Ostrava 2008  
[online]. [cit. 2012-05-10].  
Dostupný z WWW: <<http://www.338.vsb.cz/PDF/Kozubkova-Fluent.pdf>>
- [13] *Hydromechanika* [online]. [cit. 2012-3-12]  
Dostupný z WWW:  
<[http://www.spsko.cz/documents/MEC\\_kratochvil/HYDROMECHANIKA\\_INTERNET/14\\_Ztraty\\_tekutiny\\_mistnimi\\_vlivy.pdf](http://www.spsko.cz/documents/MEC_kratochvil/HYDROMECHANIKA_INTERNET/14_Ztraty_tekutiny_mistnimi_vlivy.pdf)>
- [14] BLEJCHAŘ, T.: *Turbulence modelování proudění – CFX*. VŠB-TU Ostrava, 2008  
[online]. [cit. 2012-3-12]  
Dostupný z WWW: <[http://www.338.vsb.cz/PDF/Turbulence\\_ESF\\_v4.pdf](http://www.338.vsb.cz/PDF/Turbulence_ESF_v4.pdf)>
- [15] MIKULA, J.: *Potrubí a armatury*. 2. vyd. - Praha: SNTL-Nakladatelství technické literatury. 1974, 585 s.
- [16] *Potrubí a potrubní sítě*: [online]. [cit. 2012-1-23]  
Dostupný z WWW: [users.fs.cvut.cz/~jiroutom/vyuka/hmp/hmp\\_soubory/hmp1.pps](http://users.fs.cvut.cz/~jiroutom/vyuka/hmp/hmp_soubory/hmp1.pps)
- [17] ANSYS FLUENT. *User's guide*. [online]. [cit. 2012-2-24]  
Dostupný z WWW:  
< <http://www1.ansys.com/customer/content/documentation/120/fluently/flwb.pdf>>
- [18] FLUENT: FLUENT 12-User's guide. Fluent Inc.2007 [online]. [cit. 2012-2-23]  
Dostupný z WWW: <<http://spc.vsb.cz/portal/cz/documentation/manual/index.php>>
- [19] ČSN ISO 690 *Bibliografické citace. Obsah, forma a struktura*. Praha: Český normalizační institut, 1996. 32 s.